

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007**
**Proba scrisă la MATEMATICĂ**
**PROBA D**

Varianta ...095

Proba D. Programa M1. Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

**La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete**
**SUBIECTUL I ( 20p )**

- (4p) a) Să se determine partea reală a numărului  $z = i^{20} + i^{21} + i^{22}$ .
- (4p) b) Să se determine modulul numărului  $z = i^{30} + i^{31}$ .
- (4p) c) Să se calculeze aria triunghiului cu vârfurile  $A(2,0), B(-1,4), C(2,4)$ .
- (4p) d) Să se calculeze  $\cos \frac{\pi}{6} + \cos \frac{5\pi}{6}$ .
- (2p) e) Să se arate că punctul  $M\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  este egal depărtat de punctele  $N(1,0)$  și  $P(0,1)$ .
- (2p) f) Să se dea un exemplu de număr real  $t$  pentru care  $\sin t \in (-1,0)$ .

**SUBIECTUL II ( 30p )**
**1.**

- (3p) a) Să se dea un exemplu de progresie aritmetică cu 5 termeni în care doi dintre termeni sunt egali cu 5 și respectiv 11.
- (3p) b) Să se dea un exemplu de matrice  $A \in M_2(\mathbf{R})$  pentru care  $\det(A) = 2$ .
- (3p) c) Să se dea un exemplu de matrice  $B \in M_3(\mathbf{R})$  pentru care  $\text{rang}(B) = 2$ .
- (3p) d) Să se dea un exemplu de numere  $a, b \in \mathbf{R}$  pentru care  $\log_2 a = \log_3 b$ .
- (3p) e) Să se dea un exemplu de lege de compoziție definită pe  $\mathbf{R}$  care are elementul neutru  $e = 1$ .

**2.** Se consideră funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{x+1}{x}$ .

- (3p) a) Să se arate că  $\log_2 f(2) + \log_2 f(3) + \dots + \log_2 f(15) \in \mathbf{N}$ .
- (3p) b) Să se determine  $f'(x)$ ,  $x \in (0, \infty)$ .
- (3p) c) Să se arate că funcția  $f$  este strict descrescătoare pe intervalul  $(0, \infty)$ .
- (3p) d) Să se determine ecuațiile asimptotelor la graficul funcției  $f$ .
- (3p) e) Să se calculeze  $\int_1^e f(x) dx$ .

Proba D. Programa M1. Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

Varianta 095

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Se consideră mulțimea  $G = \left\{ X(a) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid a \in \mathbf{Z} \right\}$ .

- (4p) a) Să se arate că  $A \cdot B \in G$ ,  $\forall A, B \in G$ .
- (4p) b) Să se arate că  $I_2 \in G$ ,  $O_2 \notin G$ .
- (4p) c) Să se arate că  $\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$ ,  $\forall A, B \in G$ .
- (2p) d) Să se arate că  $\forall A \in G$ ,  $\exists C \in G$  astfel încât  $A \cdot C = C \cdot A = I_2$ .
- (2p) e) Să se calculeze matricea  $X^n(3), n \in \mathbf{N}^*$ .
- (2p) f) Să se calculeze determinantul și rangul matricei  $X(3)$ .
- (2p) g) Să se arate că dacă  $A, B \in G$  și  $A \cdot B = X(2007)$ , atunci există  $D \in G$  astfel încât
- $$D^{2007} = B \cdot A.$$

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{2}{1+x^2}$ .

- (4p) a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .
- (4p) b) Să se arate că  $f$  este strict descrescătoare pe  $(0, \infty)$ .
- (4p) c) Să se determine ecuația asimptotei spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- (2p) d) Să se arate că există  $a, b \in \mathbf{R}, a \neq b$  pentru care  $f(a) = f(b)$ .
- (2p) e) Să se arate că  $f(x) \leq \frac{1}{x}$ ,  $\forall x \in (0, \infty)$ .
- (2p) f) Să se calculeze  $\int_1^e f(x) dx$ .
- (2p) g) Să se arate că  $\arctg e \leq \frac{\pi+2}{4}$ .