EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta* ….100**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze distanța de la punctul $A(3,-2)$ la punctul $B(-2,3)$.

(4p) **b)** Să se determine $a,b\in \mathbf{R}$, astfel încât să aibă loc egalitatea de numere complexe $(1+3i)(4-2i)=a+bi$.

(4p) **c)** Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime $\sqrt{15}$.

(4p) **d)** Să se determine conjugatul numărului complex $-4-9i$.

(2p) **e)** Să se determine $a,b\in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(3,-2)$ și $B(-2,3)$ să aparțină dreptei de ecuație $x+ay+b=0$.

(2p) **f)** Dacă în triunghiul ABC, $AB=3, AC=8$ și $m\left(\widehat{BAC}\right)=90^\circ$, să se calculeze BC.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix}1 & 20\\ 2 & 30\end{vmatrix}$.

(3p) **b)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $n\in\{1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $3^n\geq 28$.

(3p) **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $64^x-32=0$.

(3p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale strict pozitive ecuația $\log_8 x=3$.

(3p) **e)** Să se determine câtul și restul împărțirii polinomului $f=X^4+1$ la polinomul $g=X^2+X+1$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}^*\to\mathbf{R}$, $f(x)=1+\dfrac{1}{x^4}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}^*$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

(3p) **c)** Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f.

(3p) **d)** Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{f\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)}{n^2}$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea $A=\{2^i\cdot 3^j \mid i,j\in\mathbf{N}\}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $1\in A$, $2\in A$, $3\in A$ şi $4\in A$.

(4p) **b)** Să se verifice că $5\notin A$ şi $7\notin A$.

(4p) **c)** Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $1+a+a^2+...+a^n=\dfrac{1-a^{n+1}}{1-a}$, $\forall a\in\mathbf{R}-\{1\}$, $\forall n\in\mathbf{N}$.

(2p) **d)** Să se arate că $1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2^2}+...+\dfrac{1}{2^k}<2$, $\forall k\in\mathbf{N}$.

(2p) **e)** Să se arate că $1+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3^2}+...+\dfrac{1}{3^s}<\dfrac{3}{2}$, $\forall s\in\mathbf{N}$.

(2p) **f)** Să se calculeze numărul de elemente din mulțimea $A\cap\{1,2,3,...,20\}$.

(2p) **g)** Să se arate că $\forall n\in\mathbf{N}^*$ şi oricare ar fi numerele naturale distincte $a_1,a_2,...,a_n\in A$, avem $\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+...+\dfrac{1}{a_n}<3$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $A=\mathbf{R}-\{-3,-2,-1\}$ şi funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $h:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=(x+1)(x+2)(x+3)$, $g(x)=f'(x)$, $h(x)=g'(x)$ şi $u:\mathrm{A}\to\mathbf{R}$, $u(x)=\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{1}{x+3}$.

(4p) **a)** Să se calculeze $u'(x)$, $x\in A$.

(4p) **b)** Să se arate că $g(x)=f(x)\cdot u(x)$, $\forall x\in A$.

(4p) **c)** Să se arate că $u'(x)<0$, $\forall x\in A$.

(2p) **d)** Să se arate că $u'(x)=\dfrac{f(x)\cdot h(x)-g^2(x)}{f^2(x)}$, $\forall x\in A$.

(2p) **e)** Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției *u*.

(2p) **f)** Să se calculeze $\int_0^1 u(x)dx$.

(2p) **g)** Să se arate că $g^2(x)>h(x)\cdot f(x)$, $\forall x\in\mathbf{R}$.