

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D

Varianta001

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete
SUBIECTUL I (20p)

 În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(0, 3)$, $B(6, 0)$, $C(3, 3)$ și $D(2, 2)$.

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul A la punctul C .
- (4p) b) Să se calculeze aria triunghiului ABC .
- (4p) c) Să se demonstreze că punctele A , B și D sunt coliniare.
- (4p) d) Să se arate că triunghiul MNP este dreptunghic, unde $MN = 5$, $MP = 12$ și $NP = 13$.
- (2p) e) Să se calculeze $\sin^3 30^\circ$.
- (2p) f) Să se calculeze, în mulțimea numerelor complexe, numărul $2i^2 + 4i^4$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se calculeze numărul $2 + 2^3 + 2^5 + 2^7$.
- (3p) b) Se consideră funcțiile $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, cu $f(x) = x - 2$, astfel încât funcția g este inversa funcției f . Să se calculeze $g(1)$.
- (3p) c) Să se determine termenul al treilea al dezvoltării $(1 - 2a)^5$.
- (3p) d) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $2^{x^2} = 2$.
- (3p) e) Să se rezolve ecuația $\sqrt{x+2} = x$, $x \geq 0$.

2.

 Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(2)$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^e f(x) dx$.
- (3p) e) Să se demonstreze că $x^2 \cdot f'(x) - 2x \cdot f(x) = 3$, pentru orice $x > 0$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 001

SUBIECTUL III (20p)

 Se consideră funcțiile $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + 2$ și $f_n : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$,

$$f_n(x) = \underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{\text{de } n \text{ ori } f}(x), \text{ pentru orice } n \in \mathbf{N}^*, \text{ unde „}\circ\text{” reprezintă operația de compunere a}$$

funcțiilor.

- (4p) a) Să se calculeze $f(0)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f(2) + f(3) + \dots + f(11)$.
- (4p) c) Să se determine inversa funcției f .
- (2p) d) Să se arate că $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix} = f(9)$.
- (2p) e) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $\forall n \in \mathbf{N}^*, \forall x \in \mathbf{R}, f_n(x) = x + 2n$.
- (2p) f) Să se arate că $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ f_n(0) & 1 \end{pmatrix}, \forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) g) Să se arate că $\forall n \in \mathbf{N}^*, f_1(1) + f_2(1) + \dots + f_n(1) = n^2 + 2n$.

SUBIECTUL IV (20p)

 Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 + x^2 + x - 1$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se calculeze $\int_0^1 x \cdot f'(x) dx$.
- (4p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3}$.
- (2p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(e^{-x})$.
- (2p) e) Să se demonstreze că funcția f este crescătoare pe \mathbf{R} .
- (2p) f) Să se arate că $f(x) \geq -1, \forall x \geq 0$.
- (2p) g) Să se calculeze $\int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x) + f(-x)}{x^2} dx$.