

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...002

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(3, 0)$, $B(3, 3)$, $C(0, 6)$ și $D(2, 2)$.

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul A la punctul B .
- (4p) b) Să se calculeze aria triunghiului ABC .
- (4p) c) Să se demonstreze că punctele A , C și D sunt coliniare.
- (4p) d) Să se arate că triunghiul DEF este dreptunghic, unde $DE = 5\sqrt{2}$, $DF = 5\sqrt{2}$ și $EF = 10$.
- (2p) e) Să se calculeze $\operatorname{tg}^4 60^\circ$.
- (2p) f) Să se calculeze, în mulțimea numerelor complexe, numărul $(2-i)^2$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze $1+3+5+7+\dots+21$.
- (3p) b) Se consideră funcțiile $f, g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, cu $f(x) = -x+3$, astfel încât funcția g este inversa funcției f . Să se calculeze $g(2)$.
- (3p) c) Să se determine termenul din mijloc al dezvoltării $(2a-3)^4$.
- (3p) d) Să se rezolve ecuația $\operatorname{lg}(x^2+10) = \operatorname{lg}(7x)$ $x \in (0, \infty)$.
- (3p) e) Să se rezolve ecuația $\sqrt{2-x} = x$, $x \leq 2$.

2.

Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2x + e^x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(0)$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(-x)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 002

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră funcțiile $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 1 - x$

și $f_n : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f_n(x) = \underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{\text{de } n \text{ ori } f}(x)$, $n \in \mathbf{N}^*$, unde „ \circ ” reprezintă operația de

compunere a funcțiilor.

- (4p) a) Să se calculeze $f(0)$.
- (4p) b) Să se arate că $(f \circ f)(x) = x$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se determine inversa funcției f .
- (2p) d) Să se arate că $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = f(4)$.
- (2p) e) Dacă $A = \begin{pmatrix} f(1) & f(0) \\ f(0) & f(1) \end{pmatrix}$, să se demonstreze că $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și să se calculeze $A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5 + A^6$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $f_{2k}(x) = x$ și $f_{2k+1}(x) = 1 - x$, $\forall k \in \mathbf{N}^*$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) g) Să se calculeze $f_1(1) + f_2(1) + \dots + f_{100}(1)$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = e^x - e^{-x}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f(2) - f(-2)$.
- (4p) b) Să se arate că $f'(x) = \frac{e^{2x} + 1}{e^x}$, pentru orice $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se calculeze $\int_0^1 f'(x) \cdot e^x dx$.
- (2p) d) Să se arate că funcția f este crescătoare pe \mathbf{R} .
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{2e^x}$.
- (2p) f) Să se calculeze $\int_{-1}^1 f(x) dx$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(1) + f(2) + \dots + f(n))$.