

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...009

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze lungimea înălțimii unui triunghi echilateral cu perimetrul 18.
- (4p) b) Să se calculeze lungimea segmentului determinat de punctele $A(3, 0)$ și $C(4, -1)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{\pi}{6}$.
- (4p) d) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(3, 0)$ și $C(4, -1)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) e) Să se calculeze aria triunghiului cu vârfurile în punctele $A(3, 0)$, $B(2, 2)$ și $C(4, -1)$.
- (2p) f) Să se calculeze aria unui pătrat cu diagonala de lungime $4\sqrt{2}$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se calculeze suma soluțiilor reale ale ecuației $x^2 + 7x - 15 = 0$.
- (3p) b) Să se calculeze expresia $\log_2 3 \cdot \log_3 2$.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive, ecuația $(\log_2 x)^2 = \log_2 x$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $5^x - 125 = 0$.
- (3p) e) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $C_6^n < 10$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x - \arctg x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f'(x) dx$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (3p) d) Să se arate că funcția f este crescătoare pe \mathbf{R} .
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 009

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră funcția $f : [1, \infty) \rightarrow [1, \infty)$, $f(x) = \frac{x+3}{x+1}$.

- (4p) a) Să se verifice că $f(\sqrt{3}) = \sqrt{3}$.
- (4p) b) Să se arate că $f(x) = 1 + \frac{2}{x+1}$, $\forall x \in [1, \infty)$.
- (4p) c) Să se rezolve, în intervalul $[1, \infty)$, ecuația $f(x) = x$.
- (2p) d) Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $[1, \infty)$.
- (2p) e) Să se arate că $(f \circ f)(x) = \frac{2x+3}{x+2}$, $\forall x \in [1, \infty)$.
- (2p) f) Să se arate că, dacă $x, y \in (1, \infty)$, $x \neq y$, atunci $|f(x) - f(y)| < \frac{1}{2}|x - y|$.
- (2p) g) Să se arate că $\left| \frac{p}{q} - \sqrt{3} \right| > 2 \cdot \left| \frac{p+3q}{p+q} - \sqrt{3} \right|$, $\forall p, q \in \mathbf{N}^*$, $p \geq q$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f(e)$ și $f'(e)$.
- (4p) c) Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $[e, \infty)$.
- (2p) d) Să se arate că $f(x) \leq \frac{1}{e}$, $\forall x > 0$.
- (2p) e) Să se calculeze $\int_1^e f(x) dx$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- (2p) g) Să se determine $x \in (0, \infty)$, cu proprietatea că $f(x) + f\left(\frac{x^2}{e}\right) = \frac{2}{e}$.