

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

Varianta ...015

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete
SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(5, -2)$ la punctul $B(-2, 5)$.
- (4p) b) Să se calculeze $\cos^2 211 + \sin^2 211$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime $\sqrt{6}$.
- (4p) d) Să se calculeze conjugatul numărului complex $-4 + 3i$.
- (2p) e) Să se calculeze $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(5, -2)$ și $B(-2, 5)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Să se calculeze BC , dacă în triunghiul ABC , $AB = 4, AC = 6$ și $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 7 & 1 \\ 6 & 0 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $3^n < 32$.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $4^x - 64 = 0$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive, ecuația $\log_8 x = -2$.
- (3p) e) Să se calculeze $C_5^1 - C_5^4 + C_5^5$.

 2. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 4 + \frac{1}{x^3}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$.
- (3p) c) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(0, \infty)$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} f\left(\frac{1}{n}\right)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 015

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră numărul real $\omega = 2 - \sqrt{5}$ și mulțimea $M = \{a + b\omega \mid a, b \in \mathbf{Z}\}$. Notăm

$\bar{\omega} = 2 + \sqrt{5}$ și cu $G = \{z \in M \mid \exists x \in M \text{ astfel încât } x \cdot z = 1\}$.

- (4p) a) Să se verifice că $0 \in M$ și $1 \in M$.
- (4p) b) Să se verifice că $\omega^2 = 4\omega + 1$.
- (4p) c) Să se arate că, dacă $z, y \in G$, atunci $z \cdot y \in G$.
- (2p) d) Să se arate că $(a + b\omega)(a + b\bar{\omega}) \in \mathbf{Z}$, $\forall a, b \in \mathbf{Z}$.
- (2p) e) Să se arate că $\omega \in G$.
- (2p) f) Să se arate că mulțimea G are cel puțin 2007 elemente.
- (2p) g) Să se arate că $\omega^{2007} \notin \mathbf{Q}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 5 + 4^x$

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se verifice că $f(x) > 0, \forall x \in \mathbf{R}$ și $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se determine ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (2p) e) Să se arate că $t^2 + t + 1 > 0, \forall t \in \mathbf{R}$ și $t^2 - t + 1 > 0, \forall t \in \mathbf{R}$.
- (2p) f) Să se verifice identitatea $f'(x) = \frac{1}{2}((f'(x))^2 + f'(x) + 1) - \frac{1}{2}((f'(x))^2 - f'(x) + 1)$,
 $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) g) Să se arate că există două funcții $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ și $h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ strict crescătoare, astfel încât $f(x) = g(x) - h(x), \forall x \in \mathbf{R}$.