

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...023

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, -4)$, $B(1, 2)$ și $C(-2, 1)$.

- (4p) a) Să se determine coordonatele mijlocului segmentului (AB) .
- (4p) b) Să se calculeze partea reală a numărului complex $(3+3i)^2$.
- (4p) c) Să se calculeze conjugatul numărului complex $z = (1-2i)^2$.
- (4p) d) Să se calculeze $\cos \frac{\pi}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{4}$.
- (2p) e) Să se calculeze lungimea medianei din C a triunghiului ABC .
- (2p) f) Să se calculeze coordonatele punctului de intersecție al dreptelor de ecuații $x+y-1=0$ și $x-y+1=0$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se determine al șaselea termen al progresiei aritmetice 2, 4, 6, ...
- (3p) b) Să se rezolve ecuația $\begin{vmatrix} x & 0 \\ 8 & x+1 \end{vmatrix} = 0$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) c) Să se afle câte numere distincte de forma \overline{abc} există, pentru care $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$.
- (3p) d) Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 3x - 2$. Să se calculeze $f(f(1))$.
- (3p) e) Se consideră polinomul $f \in \mathbf{R}[X]$, $f = X^3 + X^2 + X$. Să se calculeze $f(i)$.

2. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln x - x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x \in (0, \infty)$.
- (3p) b) Să se determine coordonatele punctului de extrem local al funcției f .
- (3p) c) Să se arate că f este descrescătoare pe intervalul $(1, \infty)$.
- (3p) d) Să se arate că dreapta de ecuație $x = 0$ este asimptotă verticală la graficul funcției f .
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} f'(n)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 023

SUBIECTUL III (20p)

Pe \mathbf{R} definim legea de compoziție $x \circ y = xy + 2x + 2y + 2$. Se consideră $G = (-2, +\infty)$.

- (4p) a) Să se arate că $x \circ y = (x+2)(y+2) - 2, \forall x, y \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că dacă $x, y \in G$, atunci $x \circ y \in G$.
- (4p) c) Să se demonstreze că $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z), \forall x, y, z \in G$.
- (2p) d) Să se arate că există $e \in G$ astfel încât $x \circ e = e \circ x = x, \forall x \in G$.
- (2p) e) Să se rezolve ecuația $0 \circ x \circ 0 = 0, x \in G$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se demonstreze că

$$\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{\text{de } n \text{ ori}} = (x+2)^n - 2, \forall x \in G, \forall n \in \mathbf{N}^*.$$
- (2p) g) Să se calculeze $\underbrace{0 \circ 0 \circ \dots \circ 0}_{\text{de } 2007 \text{ ori}}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{e-1}{e^{x+1}}$ și șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ astfel încât

$$a_n = f(1) + f(2) + \dots + f(n), \forall n \in \mathbf{N}^*.$$

- (4p) a) Să se arate că $f(x) = \frac{1}{e^x} - \frac{1}{e^{x+1}}$, pentru orice $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- (4p) c) Să se arate că $f'(x) = -f(x)$, oricare ar fi $x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se arate că $a_n = \frac{1}{e} \left(1 - \frac{1}{e^n} \right)$, oricare ar fi $n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- (2p) f) Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f , axa Ox și dreptele verticale de ecuații $x = 0$ și $x = 1$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\int_0^n f(x) dx + a_n \right)$.