

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007**

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
**PROBA D/F**
**Varianta ...025**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**NOTĂ.** Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

**La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete**
**SUBIECTUL I ( 20p )**

- (4p) a) Să se calculeze lungimea segmentului  $AB$ , dacă  $A(1,3)$  și  $B(-5,-5)$ .
- (4p) b) Să se determine aria triunghiului determinat de punctele  $A(1,3)$ ,  $B(-5,-5)$ ,  $C(-2,-7)$ .
- (4p) c) Să se arate că expresia  $E = (\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2$  nu depinde de  $x$ .
- (4p) d) Să se calculeze  $\cos^2 x$ , dacă  $\sin x = \frac{3}{5}$ .
- (2p) e) Să se determine aria unui dreptunghi având lungimea 6 și lățimea egală cu  $\frac{2}{3}$  din lungime.
- (2p) f) Să se determine  $a \in \mathbf{R}$  pentru care punctul  $A(1,3)$  aparține dreptei de ecuație  $x + y + a = 0$ .

**SUBIECTUL II ( 30p )**
**1.**

- (3p) a) Să se determine conjugatul numărului complex  $(1+i)(2-2i)$ .
- (3p) b) Să se calculeze  $C_7^6$ .
- (3p) c) Să se rezolve în  $\mathbf{R}$  ecuația  $3^{x^2} = 81$ .
- (3p) d) Să se rezolve ecuația  $\log_2(x-1) = 1$ ,  $x > 1$ .
- (3p) e) Să se determine  $x \in \mathbf{R}$  astfel încât tripletul  $x, x+2, x+3$  să formeze o progresie geometrică.

**2.** Se consideră funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x + 2^x$ .

- (3p) a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .
- (3p) b) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ .
- (3p) c) Să se arate că  $f(x)$  este crescătoare pe  $\mathbf{R}$ .
- (3p) d) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
- (3p) e) Să se calculeze  $\int_1^2 3x^2 dx$ .

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**Varianta 025**

**SUBIECTUL III ( 20p )**

În mulțimea  $M_2(\mathbf{R})$  se consideră submulțimea  $G = \left\{ A(x) \mid A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, x \in \mathbf{R} \right\}$ .

- (4p) a) Să se calculeze  $\det(A(x))$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .
- (4p) b) Să se demonstreze că  $A(x) \cdot A(y) = A(x+y)$ ,  $\forall x, y \in \mathbf{R}$ .
- (4p) c) Să se arate că  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in G$ .
- (2p) d) Să se arate că  $A(x) \cdot A(-x) = I_2$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$ .
- (2p) e) Să se arate că mulțimea  $G$ , împreună cu operația de înmulțire a matricelor, formează o structură de grup comutativ.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se demonstreze că  $(A(1))^n = A(n)$ ,  $\forall n \in \mathbf{N}^*$ .
- (2p) g) Să se determine  $t \in \mathbf{R}$  pentru care  $A(1) \cdot A(2) \cdot \dots \cdot A(2007) = A(t)$ .

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+2}$ .

- (4p) a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .
- (4p) b) Să se arate că funcția  $f$  este descrescătoare pe  $[1, +\infty)$ .
- (4p) c) Să se rezolve, în  $\mathbf{R}$ , ecuația  $f(x) = 1$ .
- (2p) d) Să se arate că  $-\frac{1}{2} \leq f(x) \leq 1$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$ .
- (2p) e) Să se determine ecuația asimptotei către  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- (2p) f) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot f(x)$ .
- (2p) g) Să se calculeze  $\int_0^1 \frac{2x+1}{x^2+2} dx$ .