

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007**

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
**PROBA D/F**
**Varianta ...032**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**NOTĂ.** Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

**La toate subiectele se cer rezolvări complete**

**SUBIECTUL I ( 20p )**

În sistemul cartezian de coordonate  $xOy$  se consideră punctele  $O(0,0)$ ,  $A(-3, 4)$ ,  $B(4, 3)$ ,  $C(3, -4)$

- (4p) a) Să se calculeze lungimea segmentului  $(BC)$ .
- (4p) b) Să se calculeze coordonatele mijlocului segmentului  $(AC)$ .
- (4p) c) Să se arate că  $OA = OB = OC$ .
- (4p) d) Să se demonstreze că triunghiul  $ABC$  este dreptunghic.
- (2p) e) Să se calculeze  $\sin^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ$ .
- (2p) f) Să se calculeze partea reală a numărului complex  $(3 + 4i)(4 + 3i)$ .

**SUBIECTUL II ( 30p )**

**1.**

- (3p) a) Să se rezolve ecuația  $2^x + 2^{x+1} = 24$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .
- (3p) b) Să se calculeze  $2 \cdot C_n^2 + n$ , pentru  $n \in \mathbf{N}$ ,  $n \geq 2$ .
- (3p) c) Să se calculeze termenul al patrulea al dezvoltării  $(2x+3)^3$ .
- (3p) d) Să se determine câte numere  $n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  verifică inegalitatea  $6 - 2n \leq 1$ .
- (3p) e) Să se rezolve ecuația  $2x = \sqrt{x}$ ,  $x \geq 0$ .

**2.**

Se consideră funcția  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x^3 - 3x$ .

- (3p) a) Să se calculeze  $f(2)$ .
- (3p) b) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .
- (3p) c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ .
- (3p) d) Să se arate că  $f(-x) = -f(x)$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$ .
- (3p) e) Să se calculeze  $\int_{-2}^2 f(x) dx$ .

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**Varianta 032**

**SUBIECTUL III ( 20p )**

În mulțimea  $M_3(\mathbf{R})$  se consideră matricele  $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ și } B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 6 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (4p) a) Să se calculeze determinantul matricei  $A$ .
- (4p) b) Să se arate că  $A^3 = O_3$ .
- (4p) c) Să se arate că  $A \cdot B = B \cdot A = I_3 - B$ .
- (2p) d) Să se calculeze  $(A + I_3) \cdot B$ .
- (2p) e) Să se demonstreze că  $\det((I_3 + A^2)(I_3 - A^2)) = 1$ .
- (2p) f) Să se calculeze  $A + 2A^2 + 3A^3 + \dots + 10A^{10}$ .
- (2p) g) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că  $(I_3 + A)^n = \begin{pmatrix} 1 & 3n & 6n^2 \\ 0 & 1 & 4n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  pentru orice  $n \in \mathbf{N}^*$ .

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$   $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ .

- (4p) a) Să se calculeze  $f(2) - f\left(\frac{1}{2}\right)$ .
- (4p) b) Să se arate că  $f'(x) = \frac{2(x^4 - 1)}{x^3}$ ,  $x > 0$ .
- (4p) c) Să se calculeze  $\int_{\frac{1}{2}}^2 f'(x) dx$ .
- (2p) d) Să se demonstreze că funcția  $f$  este crescătoare pe  $(1, \infty)$ .
- (2p) e) Să se determine coordonatele punctului de extrem local al funcției  $f$ .
- (2p) f) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{2x^2}$ .
- (2p) g) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(1) + f(\sqrt{2}) + f(\sqrt{2}^2) + \dots + f(\sqrt{2}^n)}{2^n}$ .