

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...034

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(-3,-4)$, $B(4,-3)$, $C(-4,3)$.

- (4p) a) Să se calculeze lungimea segmentului (BC) .
- (4p) b) Să se arate că punctele B , O și C sunt coliniare.
- (4p) c) Să se calculeze distanța de la punctul A la punctul B .
- (4p) d) Să se calculeze aria triunghiului AOB .
- (2p) e) Să se calculeze $2 \cdot \sin^2 45^\circ + \cos^2 60^\circ$.
- (2p) f) Să se calculeze partea reală a numărului complex $(4-3i)(3-4i)$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se rezolve ecuația $\log_2(2^x) = \log_2 8$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $C_5^1 + C_5^4$.
- (3p) c) Să se calculeze termenul din mijloc al dezvoltării $\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$, pentru $x > 0$.
- (3p) d) Să se determine câte numere $n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ verifică inegalitatea $n^2 - 6n + 5 \geq 0$.
- (3p) e) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $(x-2)(x-3) = 2x^2 - 4x$.

2.

Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 7x^6 + 1$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(1)$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$.
- (3p) d) Să se determine punctul de extrem al funcției f .
- (3p) e) Să se calculeze $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 034

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_3(\mathbf{R})$ se consideră matricele $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ și } B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(4p) a) Să se calculeze determinantul matricei $A + B$.

(4p) b) Să se arate că $A^3 = O_3$.

(4p) c) Să se arate că $AB = BA = I_3 - B$.

(2p) d) Să se calculeze $(A + I_3) \cdot B$.

(2p) e) Să se calculeze $(I_3 - A^2)(I_3 + A^2)$.

(2p) f) Să se calculeze $\det(A + B) + \det(A^2 + B) + \dots + \det(A^{10} + B)$.

(2p) g) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $(I_3 + A)^n = \begin{pmatrix} 1 & 2n & 2n^2 - n \\ 0 & 1 & 2n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

pentru orice $n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ $f(x) = \ln \frac{x}{x+1}$.

(4p) a) Să se calculeze $f(2) + f(3)$.

(4p) b) Să se arate că $f'(x) = \frac{1}{x(x+1)}$, $x > 0$.

(4p) c) Să se calculeze $\int_1^e (x+1) \cdot f'(x) dx$.

(2p) d) Să se demonstreze că funcția f este crescătoare pe $(0, \infty)$.

(2p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$.

(2p) f) Să se calculeze $\int_1^e \left(f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right) \right) dx$.

(2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot (f'(1) + f'(2) + \dots + f'(n))$.