

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...042

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze partea reală a numărului complex $\frac{1+i}{2+i}$.
- (4p) b) Să se calculeze coordonatele mijlocului segmentului CD , unde $C(7,8)$ și $D(3,2)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\sin(x+2\pi)$, dacă $\sin x = 0,8$ și $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.
- (4p) d) Să se calculeze aria triunghiului determinat de punctele $L(1,1)$, $M(2,2)$ și $N(-3,3)$.
- (2p) e) Să se determine aria pătratului cu perimetrul 20.
- (2p) f) Să se determine perimetrul unui triunghi dreptunghic isoscel cu o catetă de lungime 10.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se determine câtul împărțirii polinomului $f = X^3 + 1$ la polinomul $g = X^2 + X + 1$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element al mulțimii $\{0,1,\dots,125\}$ să fie pătrat perfect.
- (3p) c) Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 3x + 7$. Să se calculeze $(f \circ f)(10)$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $2^{3x} = 32$.
- (3p) e) Să se calculeze suma cuburilor rădăcinilor polinomului $f = X^2 - 3X + 2$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2e^x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) c) Să se arate că $f(x) \geq 2$, $\forall x \geq 0$.
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) e) Să se determine ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției f .

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 042

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbf{R} \right\}$ și matricele $A_n = \begin{pmatrix} 1 & n \\ -n & 1 \end{pmatrix}, \forall n \in \mathbf{Z}$

și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- (4p) a) Să se arate că $I_2 \in G$ și $A_2 \in G$.
- (4p) b) Să se calculeze $\det A_n, n \in \mathbf{Z}$.
- (4p) c) Să se arate că, dacă $A, B \in G$, atunci $A + B \in G$.
- (2p) d) Să se arate că, dacă $A, B \in G$, atunci $A \cdot B = B \cdot A$.
- (2p) e) Să se arate că $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se arate că, dacă $A = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \in G$, atunci $A^2 = \begin{pmatrix} a^2 - b^2 & 2ab \\ -2ab & a^2 - b^2 \end{pmatrix}$.
- (2p) g) Se consideră matricea $M = A_1^2 + A_2^2 + \dots + A_{2007}^2$ și se notează cu m suma elementelor matricei M . Să se arate că $m < 0$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{4x+4}{x^2(x+2)^2}$ și șirul $(a_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$,

$a_n = f(1) + f(3) + \dots + f(2n-1), \forall n \in \mathbf{N}^*$.

- (4p) a) Să se verifice că $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+2)^2}, \forall x \in (0, \infty)$.
- (4p) b) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
- (4p) c) Să se calculeze $f'(x), x > 0$.
- (2p) d) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $a_n = 1 - \frac{1}{(2n+1)^2}, \forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n)^{n^2}$.
- (2p) g) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.