

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...045

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze conjugatul numărului complex $1 + 7i$.
- (4p) b) Să se calculeze distanța de la punctul $D(-1, -2)$ la dreapta $x + y - 4 = 0$.
- (4p) c) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(1, 2), B(0, -1)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (4p) d) Să se arate că punctele $L(-1, 2), M(-2, 3)$ și $N(-3, 4)$ sunt coliniare.
- (2p) e) Să se calculeze lungimea diagonalei pătratului cu perimetrul 20.
- (2p) f) Să se calculeze perimetrul unui triunghi echilateral cu aria $16\sqrt{3}$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Dacă într-o progresie geometrică primul termen este -2 și rația este 2 , să se calculeze termenul al patrulea.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ să verifice relația $n + 9 < 3^n$.
- (3p) c) Dacă funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + 1$, are inversa $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, să se calculeze $g(2)$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $\log_2(x^2 + 7) = 3$.
- (3p) e) Să se calculeze suma coeficienților polinomului $f = X^3 - X - 24 \in \mathbf{R}[X]$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 - 3x + 10$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f'(x) dx$.
- (3p) c) Să se determine coordonatele punctelor de extrem local ale funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{5x^3}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 045

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$ se consideră submulțimile $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid a \in \mathbf{R}^*, b \in \mathbf{R} \right\}$ și

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} a & 1-a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid a \in \mathbf{R}^* \right\}.$$

- (4p) a) Să se arate că $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in H$.
- (4p) b) Să se arate că dacă $X, Y \in G$, atunci $X \cdot Y \in G$.
- (4p) c) Să se arate că dacă $X, Y \in H$, atunci $X \cdot Y \in H$.
- (2p) d) Dacă $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & -b \\ a & 1 \end{pmatrix}$ sunt două elemente din G , să se calculeze $A \cdot B$ și $B \cdot A$.
- (2p) e) Să se arate că dacă $X \in H$, atunci există $Y \in H$ astfel încât $X \cdot Y = Y \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- (2p) f) Să se arate că mulțimea H înzestrată cu operația de înmulțire a matricelor formează o structură de grup comutativ.
- (2p) g) Să se calculeze matricea $\begin{pmatrix} a & 1-a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{2007}$, unde $a \in \mathbf{R}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ și șirul $(a_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$,

$$a_n = f(1) + f(2) + \dots + f(n), \quad \forall n \in \mathbf{N}^*.$$

- (4p) a) Să se calculeze a_1 .
- (4p) b) Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .
- (4p) c) Să se verifice că $f(x) = \ln(x+1) - \ln x$, $\forall x > 0$.
- (2p) d) Să se calculeze $f'(x)$, $x > 0$.
- (2p) e) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $a_n = \ln(n+1)$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- (2p) g) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.