

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...048

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(3,4)$ la punctul $B(5,6)$.
- (4p) b) Să se calculeze $\cos^2 a + \sin^2 a$, $a \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime $\sqrt{3}$.
- (4p) d) Să se calculeze conjugatul numărului complex $2 - 5i$.
- (2p) e) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$ astfel încât punctele $A(3,4)$ și $B(5,6)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Dacă în triunghiul ABC , $AB = 1, AC = 2$ și $m(\hat{BAC}) = 90^\circ$, să se calculeze lungimea laturii BC .

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se calculeze câte funcții $f : \{a, b\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ au proprietatea $f(a) \neq f(b)$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element n din mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $n^2 \geq n!$.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $4^x - 32 = 0$.
- (3p) d) Să se calculeze $5 + 15 + 25 + 35 + \dots + 95$.
- (3p) e) Dacă funcțiile $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ și $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ sunt $f(x) = x^{10} - 1$ și $g(x) = x^{15} + 1$, să se calculeze $(g \circ f)(0)$.

2. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln(x + x^2)$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se arate că funcția f este crescătoare pe $(0, \infty)$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f'(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} 4x f'(x)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 048

SUBIECTUL III (20p)

Pentru matricea $M \in M_2(\mathbf{R})$, $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, notăm $tr(M) = a + d$.

- (4p) a) Să se calculeze $tr(A)$, unde $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- (4p) b) Să se arate că , dacă $B = C \in M_2(\mathbf{R})$, atunci $tr(B) = tr(C)$.
- (4p) c) Să se găsească două matrice $P, Q \in M_2(\mathbf{R})$, diferite, pentru care $tr(P) = tr(Q)$.
- (2p) d) Să se arate că , dacă $U, V \in M_2(\mathbf{R})$ și $tr(U) = tr(V)$ și $tr(U^2) = tr(V^2)$, atunci $det(U) = det(V)$.
- (2p) e) Să se arate că $tr(aD + bE) = a \cdot tr(D) + b \cdot tr(E)$, $\forall a, b \in \mathbf{R}$, $\forall D, E \in M_2(\mathbf{R})$.
- (2p) f) Să se arate că $tr(F \cdot G) = tr(G \cdot F)$, $\forall F, G \in M_2(\mathbf{R})$.
- (2p) g) Să se arate că, dacă $L, N \in M_2(\mathbf{R})$ și $tr(L \cdot X) = tr(N \cdot X)$, $\forall X \in M_2(\mathbf{R})$, atunci $L = N$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+4}{x+5}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \geq 0$.
- (4p) b) Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe intervalul $[0, \infty)$.
- (4p) c) Să se arate că $\frac{13}{10} \leq f(x) < 3$, $\forall x \in [0, \infty)$.
- (2p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (2p) e) Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$, la graficul funcției f .
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^x f(t) dt$.
- (2p) g) Să se rezolve, în intervalul $[0, \infty)$, ecuația $f(x) = 2$.