

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...052

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

♦

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze conjugatul numărului complex $7 + 3i$.
- (4p) b) Să se calculeze distanța de la punctul $D(1, 2)$ la punctul $C(0, 1)$.
- (4p) c) Să se calculeze coordonatele punctului de intersecție dintre dreapta de ecuație $2x + 3y = 25$ și dreapta de ecuație $x + y - 1 = 0$.
- (4p) d) Să se arate că punctele $L(5, 2)$, $M(6, 3)$ și $N(7, 4)$ sunt coliniare.
- (2p) e) Să se calculeze coordonatele mijlocului segmentului determinat de punctele $C(0, 1)$ și $D(1, 2)$.
- (2p) f) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât să avem egalitatea de numere complexe $(\sqrt{3} + i)^2 = a + bi$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se verifice identitatea $(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 = 2(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz)$, $\forall x, y, z \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se arate că, dacă $x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + xz$, unde $x, y, z \in \mathbf{R}$, atunci $x = y = z$.
- (3p) c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x + 9^x + 25^x = 6^x + 10^x + 15^x$.
- (3p) d) Să se calculeze probabilitatea ca un element $x \in \{1, 2, 3\}$ să verifice relația $x^3 < 5x$.
- (3p) e) Să se calculeze suma coeficienților polinomului $f = X^4 + X^3 - X^2 + 1$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x \sin x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f'(x) dx$.
- (3p) c) Să se arate că funcția f este crescătoare pe intervalul $[0, 1]$.
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 052

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{C})$, se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$.

- (4p) a) Să se calculeze AB și BA .
- (4p) b) Să se arate că suma elementelor de pe diagonala principală a matricelor AB și BA este aceeași.
- (4p) c) Să se calculeze matricele $A + B$ și $A - B$.
- (2p) d) Să se arate că $\det(A + B) + \det(A - B) = 2(\det(A) + \det(B))$.
- (2p) e) Să se demonstreze că $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $\det(A_1 A_2 \dots A_n) = \det(A_1)\det(A_2)\dots\det(A_n)$, $\forall A_1, \dots, A_n \in M_2(\mathbf{C})$ și $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) g) Să se arate că $\det(A^n) = \det^n(A)$, $\forall A \in M_2(\mathbf{C})$ și $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4$ și

$$F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, F(x) = \int_0^x f(t) dt, \quad \forall x \in \mathbf{R}.$$

- (4p) a) Să se calculeze $f(1)$.
- (4p) b) Să se verifice că $(x-1)f(x) = x^5 - 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se arate că $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se arate că $F'(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se arate că funcția F este strict crescătoare pe \mathbf{R} .
- (2p) f) Să se rezolve ecuația $F(x) = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{5}$, $x \in \mathbf{R}$.
- (2p) g) Să se arate că $F(x) < xf(x)$, $\forall x > 0$.