

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007**

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
**PROBA D/F**
**Varianta ...053**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**NOTĂ.** Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

**La toate subiectele se cer rezolvări complete**

**SUBIECTUL I ( 20p )**

- (4p) a) Să se determine partea reală a numărului complex  $z = (1+i)(1-2i)$ .
- (4p) b) Să se calculeze  $\cos \frac{\pi}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{4}$ .
- (4p) c) Să se calculeze aria triunghiului  $ABC$  în care  $AB = 5$ ,  $AC = 5$  și  $m(\widehat{ABC}) = 45^\circ$ .
- (4p) d) Să se calculeze distanța de la punctul  $A(2, -3)$  la dreapta de ecuație  $y = 2$ .
- (2p) e) Să se dea un exemplu de număr real  $x$  pentru care  $1 + \cos x = 0$ .
- (2p) f) Să se determine numărul întreg  $a$ , astfel încât punctul  $P(a, 0)$  să fie situat pe dreapta de ecuație  $3x - y - 3 = 0$ .

**SUBIECTUL II ( 30p )**
**1.**

- (3p) a) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $2^x = 16^{20}$ .
- (3p) b) Să se calculeze determinantul matricei  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ .
- (3p) c) Să se determine numărul real  $t > 0$  pentru care  $2 + \log_3 t = 0$ .
- (3p) d) Să se determine restul împărțirii polinomului  $f = X^4 + X^3 - 2X - 2$  la polinomul  $g = X + 1$ .
- (3p) e) Să se calculeze  $2 + 12 + 22 + \dots + 102$ .

**2.** Se consideră funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x \cdot (x^2 - 1)$ .

- (3p) a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .
- (3p) b) Să se determine coordonatele punctelor de extrem local ale funcției  $f$ .
- (3p) c) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(n)$
- (3p) d) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n^3}$
- (3p) e) Să se calculeze  $\int_0^1 f(x) dx$ .

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**Varianta 053**

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Se consideră mulțimea  $G = \{f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} / f(x) = ax + b, a, b \in \mathbf{R}, a \neq 0\}$  și se notează cu  $\mathbf{1}_{\mathbf{R}} : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  funcția definită prin  $\mathbf{1}_{\mathbf{R}}(x) = x, \forall x \in \mathbf{R}$ .

- (4p) a) Să se determine funcția  $f \in G$  pentru care  $f(2) = 5$  și  $f(3) = 8$ .
- (4p) b) Să se arate că  $\mathbf{1}_{\mathbf{R}} \in G$ .
- (4p) c) Să se arate că dacă  $f, g \in G$ , atunci  $f \circ g \in G$ .
- (2p) d) Să se arate că pentru orice  $f \in G$  sunt adevărate egalitățile  $f \circ \mathbf{1}_{\mathbf{R}} = \mathbf{1}_{\mathbf{R}} \circ f = f$ .
- (2p) e) Să se arate că pentru orice  $f \in G$  există  $g \in G$ , astfel încât  $f \circ g = g \circ f = \mathbf{1}_{\mathbf{R}}$ .
- (2p) f) Să se determine două funcții  $f, g \in G$  pentru care  $f \circ g \neq g \circ f$ .
- (2p) g) Să se arate că  $(G, \circ)$  formează o structură de grup necomutativ.

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = x \cdot \ln x$

- (4p) a) Să se calculeze  $f'(x), x \in (0, \infty)$ .
- (4p) b) Să se rezolve ecuația  $f'(x) = 0, x \in (0, \infty)$ .
- (4p) c) Să se arate că funcția  $f$  este strict crescătoare pe intervalul  $\left[\frac{1}{e}, \infty\right)$ .
- (2p) d) Să se determine care număr este mai mare  $a = f\left(\frac{1}{e}\right)$  sau  $b = f\left(\frac{2}{e}\right)$ .
- (2p) e) Să se arate că  $1 + e \cdot x \cdot \ln x \geq 0, \forall x \in (0, \infty)$ .
- (2p) f) Să se calculeze  $\int_1^e f(x) dx$ .
- (2p) g) Să se arate că pentru orice primitivă  $F : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$  a funcției  $f$ , avem

$$F(2007) > F(2006)$$