

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...054
Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale
NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.
La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete
SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze aria unui triunghi având lungimile laturilor egale cu 3, 4 și 5
- (4p) b) Să se calculeze distanța de la punctul $D(1, 2)$ la punctul $C(0, 1)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\sin x$, știind că $\operatorname{tg} x = 1$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.
- (4p) d) Să se arate că punctele $L(5, 2)$, $M(6, 3)$ și $N(7, 4)$ sunt coliniare.
- (2p) e) Să se calculeze aria unui pătrat cu perimetrul 28.
- (2p) f) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât să avem egalitatea de numere complexe $(\sqrt{3} + i)^4 = a + bi$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se calculeze $C_6^0 - C_6^1 + C_6^5 - C_6^6$.
- (3p) b) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive, ecuația $\log_4 x = -3$.
- (3p) c) Să se determine probabilitatea ca alegând un element din mulțimea $\{10, 11, \dots, 35\}$ să fie divizibil cu 5.
- (3p) d) Să se afle câtul și restul împărțirii polinomului $f = X^6 - 2X^3 + 1$ la polinomul $g = X^2 + X + 1$.
- (3p) e) Să se rezolve, în \mathbf{R} , ecuația $8^x - 16 = 0$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \sin^2 x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f'(x) dx$.
- (3p) c) Să se arate că funcția f este crescătoare pe intervalul $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale
Varianta 054

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$, $f(z) = 4z - 3\bar{z}$, pentru numărul complex $z = a + ib$, $a, b \in \mathbf{R}$, am notat prin $\bar{z} = a - ib$.

- (4p) a) Să se arate că $\overline{\bar{z}} = z$, $\forall z \in \mathbf{C}$.
- (4p) b) Să se arate că $\overline{z + w} = \bar{z} + \bar{w}$ și $\overline{z \cdot w} = \bar{z} \cdot \bar{w}$, $\forall z, w \in \mathbf{C}$.
- (4p) c) Să se arate că $z \in \mathbf{R}$ dacă și numai dacă $z = \bar{z}$.
- (2p) d) Să se calculeze $f(i) + f(1)$.
- (2p) e) Să se verifice că $\overline{f(z)} = 4\bar{z} - 3z$, $\forall z \in \mathbf{C}$.
- (2p) f) Să se arate că, $(f \circ f)(z) = \frac{7^2 + 1}{2}z - \frac{7^2 - 1}{2}\bar{z}$, $\forall z \in \mathbf{C}$.
- (2p) g) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că, $\forall n \in \mathbf{N}^*$ și $\forall z \in \mathbf{C}$, avem

$$\underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{\text{de } n \text{ ori } f}(z) = \frac{7^n + 1}{2}z - \frac{7^n - 1}{2}\bar{z}.$$

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \left(\frac{\ln x}{x}\right)^3$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f(e)$ și $f'(e)$.
- (4p) c) Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe intervalul $(0, e]$ și strict descrescătoare pe intervalul $[e, \infty)$.
- (2p) d) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
- (2p) e) Să se calculeze $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- (2p) g) Să se determine $x, y \in (0, \infty)$ astfel încât $f(x) + f(y) = \frac{2}{e^3}$.