

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...057

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze partea reală a numărului complex $(1+i)^4$.
- (4p) b) Să se calculeze lungimea segmentului determinat de punctele $A(1, -2)$ și $C(1, -3)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4}$.
- (4p) d) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(1, -2)$ și $C(1, -3)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) e) Să se calculeze aria triunghiului determinat de punctele $A(1, -2)$, $B(2, 2)$ și $C(1, -3)$.
- (2p) f) Să se calculeze aria unui triunghi dreptunghic isoscel care are lungimea ipotenuzei $6\sqrt{2}$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul matricei $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze expresia $\frac{C_6^2}{C_6^4}$.
- (3p) c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale strict pozitive ecuația $\log_5 x = \log_5 (x^2 - x + 1)$.
- (3p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $9^x - 3^x = 0$.
- (3p) e) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $n^3 \geq 25$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 + \sin x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x) - \cos x}{f(x) - \sin x}$.
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (3p) e) Să se rezolve ecuația $f'(x) + f(x) = \sin x + \cos x$, $x \in \mathbf{R}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 057

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$, $f(z) = 4z - \bar{z}$. Pentru numărul complex $z = a + ib$, $a, b \in \mathbf{R}$, notăm prin $\bar{z} = a - ib$.

- (4p) a) Să se arate că $\overline{\bar{z}} = z$, $\forall z \in \mathbf{C}$.
- (4p) b) Să se arate că $\overline{z + w} = \bar{z} + \bar{w}$ $\forall z, w \in \mathbf{C}$.
- (4p) c) Să se arate că $\overline{z \cdot w} = \bar{z} \cdot \bar{w}$, $\forall z, w \in \mathbf{C}$.
- (2p) d) Să se calculeze $f(i) + f(2i) + f(3i)$.
- (2p) e) Să se verifice că $\overline{f(z)} = 4\bar{z} - z$, $\forall z \in \mathbf{C}$.
- (2p) f) Să se arate că $(f \circ f)(z) = \frac{5^2 + 3^2}{2}z - \frac{5^2 - 3^2}{2}\bar{z}$, $\forall z \in \mathbf{C}$.
- (2p) g) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că, $\forall n \in \mathbf{N}^*$ și $\forall z \in \mathbf{C}$, avem

$$\underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{\text{de } n \text{ ori } f}(z) = \frac{5^n + 3^n}{2}z - \frac{5^n - 3^n}{2}\bar{z}.$$

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 1 + \frac{\ln x}{x}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f'(e)$ și $f(e)$.
- (4p) c) Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe intervalul $(0, e]$.
- (2p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- (2p) e) Să se calculeze $\int_1^e f(x) dx$.
- (2p) f) Să se arate că $ef(x) \leq 1 + e$, $\forall x \in (0, \infty)$.
- (2p) g) Să se determine $x, y \in (0, \infty)$ astfel încât $f(x) + f(y) = 2 + \frac{2}{e}$.