

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...059

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se determine numărul complex z pentru care $z - 3 + 4i = 0$.
- (4p) b) Să se calculeze conjugatul numărului complex $3 - 4i$.
- (4p) c) Să se calculeze $\cos 2\pi + \cos \pi$.
- (4p) d) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu lungimea laturii egală cu 3 .
- (2p) e) Să se calculeze distanța de la punctul $N(3,0)$ la punctul $P(2,1)$.
- (2p) f) Să se calculeze aria triunghiului MNP , unde $M(1,0), N(3,0), P(2,1)$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se determine numărul real $x > 0$ pentru care $3 - \log_3 x = 0$.
- (3p) b) Să se calculeze câte submulțimi are mulțimea $A = \{a, b, c\}$.
- (3p) c) Să se determine restul împărțirii polinomului $f = X^4 - X + 1$ la polinomul $g = X - 1$.
- (3p) d) Să se calculeze $C_5^4 + C_5^3$.
- (3p) e) Să se calculeze $1 + 2 + \dots + 20$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 \cdot e^x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(0)$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) d) Să se determine punctele de extrem local ale funcției f .
- (3p) e) Să se calculeze $\int_1^2 \frac{1}{x^2} \cdot f(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 059

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$ se consideră submulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & 1-a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} / a \in \mathbf{R}^* \right\}$.

- (4p) a) Să se arate că $I_2 \in G$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- (4p) b) Să se arate că dacă $A \in G$, atunci $\det A \neq 0$.
- (4p) c) Să se arate că dacă $A, B \in G$, atunci $A \cdot B \in G$.
- (2p) d) Dacă $A = \begin{pmatrix} a & 1-a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} b & 1-b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ sunt două elemente din G , să se determine matricea $C = A \cdot B - B \cdot A$.
- (2p) e) Dacă $A \in G$, să se determine A^2 și A^3 .
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $\begin{pmatrix} a & 1-a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} a^n & 1-a^n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) g) Să se rezolve sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ x + 2y + z = 4 \\ 2x + y + z = 5 \end{cases}$, $x, y, z \in \mathbf{R}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$ și șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ definit prin

$$a_n = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n), \quad \forall n \in \mathbf{N}^*.$$

- (4p) a) Să se calculeze $f(x) - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}$, $x \in (0, \infty)$.
- (4p) b) Să se calculeze primii doi termeni ai șirului $(a_n)_{n \geq 1}$.
- (4p) c) Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) d) Să se arate că $a_n < a_{n+1}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) e) Să se arate că $a_n = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_1^n \left(f(x) + \frac{1}{(x+1)^2} \right) dx$.