

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007**

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
**PROBA D**
*Varianta ...070*

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**NOTĂ.** Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

**La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete**
**SUBIECTUL I ( 20p )**

- (4p) a) Să se determine coordonatele punctului de intersecție al dreptelor de ecuații  $2x + y - 1 = 0$  și  $x - y - 2 = 0$ .
- (4p) b) Să se determine partea reală a numărului complex  $(2 - i)(1 + i)$ .
- (4p) c) Să se calculeze numărul complex  $i^4 + i^8 + i^{12}$ .
- (4p) d) Să se calculeze aria triunghiului  $ABC$ , determinat de punctele  $A(-1, -1)$ ,  $B(-2, -3)$  și  $C(2, 3)$ .
- (2p) e) Să se calculeze  $\sin \frac{\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{4}$ .
- (2p) f) Să se calculeze  $\sin x$ , pentru  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  și  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ .

**SUBIECTUL II ( 30p )**
**1.**

- (3p) a) Se consideră funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x - 2$ . Să se calculeze  $f(\sqrt{5}) \cdot f(-\sqrt{5})$ .
- (3p) b) Să se rezolve ecuația  $\frac{x+1}{2} = \frac{x^2+3x+2}{3}$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .
- (3p) c) Se consideră legea de compoziție  $x * y = xy - 2x - 2y + 6$ ,  $\forall x, y \in \mathbf{R}$ . Să se arate că  $e = 3$  este elementul neutru pentru legea „\*”.
- (3p) d) Se consideră funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 4x + 7$ . Să se arate că  $f(x) \geq 3$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$ .
- (3p) e) Să se calculeze  $A^3$ , dacă  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbf{R})$ .

**2.** Se consideră funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = -4x^2 + x - 5$ .

- (3p) a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .
- (3p) b) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ .
- (3p) c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 + 4}$ .
- (3p) d) Să se determine coordonatele punctului de extrem local al funcției  $f$ .
- (3p) e) Să se calculeze  $\int_0^1 f(x) dx$ .

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**Varianta 070**

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 5 & 10 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbf{C})$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbf{C})$ .

- (4p) a) Să se calculeze  $\det(B)$ .
- (4p) b) Să se rezolve în  $\mathbf{R}$  ecuația  $\begin{vmatrix} x & 3x \\ 1 & 2x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$ .
- (4p) c) Să se verifice că  $A^2 = 13A$ .
- (2p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale sistemul  $\begin{cases} x - 2y = 10 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$ .
- (2p) e) Să se calculeze matricea  $A \cdot B - B \cdot A$ .
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice să se demonstreze că  $A^n = 13^{n-1}A, \forall n \in \mathbf{N}^*$ .
- (2p) g) Să se demonstreze că matricea  $A + A^2 + \dots + A^{2006} - A^{2007}$  are toate elementele negative.

**SUBIECTUL IV( 20p )**

Se consideră funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = 1 - x^4 + x^8$ .

- (4p) a) Să se verifice că  $f(x) = \frac{x^{12} + 1}{x^4 + 1}, \forall x \in \mathbf{R}$ .
- (4p) b) Să se arate că  $f(x) \geq \frac{1}{1 + x^4}, \forall x \in \mathbf{R}$ .
- (4p) c) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .
- (2p) d) Să se determine coordonatele punctelor de extrem local ale funcției  $f$ .
- (2p) e) Să se arate că  $f(x) \geq \frac{3}{4}, \forall x \in \mathbf{R}$ .
- Notăm cu  $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  o primitivă a funcției  $f$ .
- (2p) f) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x f(x)}{F(x)}$ .
- (2p) g) Să se calculeze  $\int_0^1 f(x) dx$ .