

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007**

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
**PROBA D/F**
**Varianta ...073**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**NOTĂ.** Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

**La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete**

**SUBIECTUL I ( 20p )**

- (4p) a) Să se calculeze distanța dintre punctele  $A(2,3)$  și  $B(-1,5)$ .
- (4p) b) Să se determine partea reală a numărului complex  $(5-2i)(-1+2i)$ .
- (4p) c) Să se calculeze lungimea diagonalei pătratului de latură 2.
- (4p) d) Să se determine  $\sin x$ , pentru  $\cos x = \frac{1}{5}$  și  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ .
- (2p) e) Să se arate că expresia  $E = \sin^2 x - 3 + \cos^2 x$  nu depinde de  $x$ .
- (2p) f) Să se determine  $a, b \in \mathbf{R}$ , astfel încât punctele  $M(2,-1)$  și  $N(5,2)$  să fie situate pe dreapta de ecuație  $x + ay + b = 0$ .

**SUBIECTUL II ( 30p )**
**1.**

- (3p) a) Să se calculeze suma primilor 5 termeni ai unei progresii aritmetice cu primul termen 3 și rația 4.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element  $n$  din mulțimea  $\{0,1,2,3,4\}$  să verifice relația  $n^2 - 4 < 0$ .
- (3p) c) Se consideră funcția  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = 3x + 1$ . Să se calculeze  $(f \circ f)(-1)$ .
- (3p) d) Să se calculeze  $A^2 + I_2$ , unde  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- (3p) e) Să se rezolve în  $\mathbf{R}$  ecuația  $\begin{vmatrix} x & 2x \\ 1 & x \end{vmatrix} = 0$ .

**2.** Se consideră funcția  $f: \mathbf{R}^* \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = 4x - \frac{1}{x}$ .

- (3p) a) Să se calculeze  $f'(x), \forall x \in \mathbf{R}^*$ .
- (3p) b) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ .
- (3p) c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{3x + 1}$ .
- (3p) d) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției  $f$ .
- (3p) e) Să se calculeze  $\int_1^2 f(x) dx$ .

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**Varianta 073**

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și mulțimea

$$G = \{X \in M_2(\mathbf{R}) \mid AX = XA\}.$$

- (4p) a) Să se verifice că  $A \in G$  și  $I_2 \in G$ .
- (4p) b) Să se calculeze determinantul matricei  $A$ .
- (4p) c) Să se verifice că  $A^2 = -I_2$ .
- (2p) d) Să se arate că  $A^2X = XA^2$ ,  $\forall X \in M_2(\mathbf{R})$ .
- (2p) e) Să se arate că, dacă  $a, b \in \mathbf{R}$ , atunci matricea  $B = aI_2 + bA \in G$ .
- (2p) f) Să se arate că  $A^{4n} = I_2$ ,  $\forall n \in \mathbf{N}^*$ .
- (2p) g) Să se calculeze suma elementelor matricei  $B = A + A^2 + \dots + A^{2007}$ .

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$ .

- (4p) a) Să se verifice că  $f(x) = 1 + \frac{1}{x^2 + 1}$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$ .
- (4p) b) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .
- (4p) c) Să se arate că funcția  $f$  este strict crescătoare pe  $(-\infty, 0]$ .
- (2p) d) Să se arate că  $f(x) \leq 2$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$ .
- (2p) e) Să se calculeze  $\int_0^1 f(x) dx$ .
- (2p) f) Să se calculeze ecuația asimptotei către  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- (2p) g) Să se determine  $x, y \in \mathbf{R}$  pentru care  $f(x) + f(y) = 4$ .