

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007**

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
**PROBA D/F**
**Varianta ...076**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**NOTĂ.** Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

**La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete**

**SUBIECTUL I ( 20p )**

- (4p) a) Să se calculeze aria triunghiului  $ABC$ , determinat de punctele  $A(1,1)$ ,  $B(2,3)$  și  $C(-1,-1)$ .
- (4p) b) Să se arate că punctul  $A(-1, 2)$  este situat pe dreapta de ecuație  $2x - y + 4 = 0$ .
- (4p) c) Să se determine  $x, y \in \mathbf{R}$ , astfel încât să aibă loc egalitatea de numere complexe  $(2x-1)i + 3 = (y-1) + i$ .
- (4p) d) Să se calculeze produsul de numere complexe  $i \cdot i^2 \cdot i^3 \cdot i^4$ .
- (2p) e) Să se calculeze  $2\sin 45^\circ - 6\cos 45^\circ$ .
- (2p) f) Să se calculeze  $\cos(2\pi + x)$ , dacă  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  și  $\cos x = 0,3$ .

**SUBIECTUL II ( 30p )**
**1.**

- (3p) a) Să se calculeze numărul de submulțimi cu 3 elemente ale mulțimii  $\{1, 2, 3, 4\}$ .
- (3p) b) Să se rezolve, în  $\mathbf{R}$ , ecuația  $8^{2x-1} = 16$ .
- (3p) c) Să se determine coordonatele punctului de intersecție al graficului funcției  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = 7x - 1$  cu axa  $Ox$ .
- (3p) d) Să se calculeze suma coeficienților polinomului  $f = X^4 - X^3 + 2X^2 + X + 1$ .
- (3p) e) Să se calculeze  $A^2$ , dacă  $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbf{R})$ .

**2.** Se consideră funcția  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 6x - 15$ .

- (3p) a) Să se calculeze  $f(0)$ .
- (3p) b) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .
- (3p) c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ .
- (3p) d) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2}$ .
- (3p) e) Să se calculeze  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ .

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**Varianta 076**

**SUBIECTUL III ( 20p )**

În mulțimea  $M_2(\mathbf{R})$  se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și mulțimea

$$G = \{X(a) \mid X(a) = aA + I_2, a \in \mathbf{R}\}.$$

- (4p) a) Să se verifice că  $I_2 \in G$
- (4p) b) Să se arate că  $A^2 = 2A$ .
- (4p) c) Să se arate că  $X(a)X(b) = X(2ab + a + b)$ ,  $\forall a, b \in \mathbf{R}$ .
- (2p) d) Să se calculeze determinantul matricei  $A$ .
- (2p) e) Să se arate că  $X(a)X\left(\frac{-1}{2}\right) = X\left(\frac{-1}{2}\right)$ ,  $\forall a \in \mathbf{R}$ .
- (2p) f) Să se determine  $a \in \mathbf{R}$  pentru care  $X(a) \cdot X(2007) = X(0)$ .
- (2p) g) Să se determine numărul real  $t$  pentru care

$$X\left(\frac{-100}{2}\right) \cdot X\left(\frac{-99}{2}\right) \cdot \dots \cdot X\left(\frac{99}{2}\right) \cdot X\left(\frac{100}{2}\right) = X(t).$$

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$  și se definește șirul  $(a_n)_{n \geq 1}$ ,

$$a_n = f(1) + f(2) + \dots + f(n).$$

- (4p) a) Să se calculeze  $f(1)$ .
- (4p) b) Să se arate că  $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2}$ ,  $\forall x > 0$ .
- (4p) c) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in (0, \infty)$ .
- (2p) d) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că  $a_n = \frac{n^2 + 2n}{(n+1)^2}$ ,  $\forall n \in \mathbf{N}^*$ .
- (2p) e) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .
- (2p) f) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2(1 - a_n)$ .
- (2p) g) Să se calculeze  $\int_1^2 f(x) dx$ .