

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...082

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete
SUBIECTUL I (20p)

 În sistemul cartezian xOy se dau punctele $A\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$, $B\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ și $C(0, a)$, cu $a \in \mathbf{R}$.

- (4p) a) Să se calculeze distanța dintre punctele A și B .
- (4p) b) Să se determine a , astfel încât punctele A , B și C să fie coliniare.
- (4p) c) Să se arate că pentru $a \neq 0$, triunghiul ABC este isoscel.
- (4p) d) Să se arate că pentru $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ triunghiul ABC este echilateral.
- (2p) e) Să se determine aria triunghiului ABC , pentru $a = 1$.
- (2p) f) Să se calculeze conjugatul numărului complex $(1+i)(1-3i)$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element din mulțimea $\{1,2,3,\dots,10\}$ să fie număr par.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $16^x - 2 = 0$.
- (3p) d) Să se calculeze $\log_2 5^3 \cdot \log_5 2$.
- (3p) e) Să se calculeze $C_5^5 - C_5^4$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \setminus \{-1, -2\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$.

- (3p) a) Să se arate că $f(x) - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} = 0$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R} \setminus \{-1, -2\}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_2^3 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 f(x)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 082

SUBIECTUL III (20p)

 Se consideră mulțimea $G = \{A \in M_2(\mathbf{Z}) \mid A^2 = I_2\}$,

$$\text{unde } I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ și matricele } P = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ și } Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

- (4p) a) Să se verifice că $I_2 \in G$.
- (4p) b) Să se arate că $P \in G$ și $Q \in G$.
- (4p) c) Să se calculeze $P \cdot Q$.
- (2p) d) Să se arate că $P \cdot Q \notin G$.
- (2p) e) Să se arate că dacă $A_n = \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbf{Z}$, atunci $A_n \in G$, $\forall n \in \mathbf{Z}$.
- (2p) f) Să se demonstreze că mulțimea G este infinită.
- (2p) g) Să se determine toate matricele $A \in G$ care verifică relația $\det(A) = 1$.

SUBIECTUL IV (20p)

 Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 - x + 1$ și șirul $(a_n)_{n \geq 2}$,

$$a_n = \frac{2^3 - 1}{2^3 + 1} \cdot \frac{3^3 - 1}{3^3 + 1} \cdot \dots \cdot \frac{n^3 - 1}{n^3 + 1}.$$

- (4p) a) Să se verifice că $f(x+1) = x^2 + x + 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că $\frac{x^3 - 1}{x^3 + 1} = \frac{x-1}{x+1} \cdot \frac{f(x+1)}{f(x)}$, $\forall x > 0$.
- (4p) c) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se arate că $f(x) \geq \frac{3}{4}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se arate că $a_n = \frac{2(n^2 + n + 1)}{3n(n+1)}$, $\forall n \in \mathbf{N}$, $n \geq 2$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\int_0^n f(x) dx}{n^3}$.