

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

Varianta ...087

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete
SUBIECTUL I (20p)

- (4p) 1. Să se calculeze distanța de la punctul $A(5, 4)$ la punctul $B(2, 6)$.
- (4p) b) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât să avem egalitatea de numere complexe $(2-i)(4+i) = a + bi$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime 6.
- (4p) d) Să se determine conjugatul numărului complex $-4 + 5i$.
- (2p) e) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(5, 4)$ și $B(4, 5)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Dacă în triunghiul ABC , $AB = 4$, $AC = 5$ și $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$, să se calculeze BC .

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 9 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $5^n < 29$.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $9^x - 3 = 0$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive, ecuația $\log_2 x = 3$.
- (3p) e) Să se determine câtul și restul împărțirii polinomului $f = X^4 + X^2 + 1$ la polinomul $g = X^2 - X + 1$.

 2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R}^* \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^6}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}^*$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} ((n^6 + 1) \cdot f(n))$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 087

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 9 & -2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și funcția

$$f : \left(\frac{1}{3}, \infty\right) \rightarrow \left(\frac{1}{3}, \infty\right), f(x) = \frac{4x-1}{9x-2} .$$

- (4p) a) Să se verifice că $A + I_2 = B$.
- (4p) b) Să se arate că $A^2 = O_2$.
- (4p) c) Să se calculeze matricea B^2 .
- (2p) d) Să se arate că, dacă $x > \frac{1}{3}$, atunci $\frac{4x-1}{9x-2} > \frac{1}{3}$.
- (2p) e) Să se calculeze $(f \circ f)(x)$, $x \in \left(\frac{1}{3}, \infty\right)$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $B^n = I_2 + nA$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) g) Să se arate că $\underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{\text{de } n \text{ ori } f}(x) = \frac{(3n+1)x-n}{9nx+1-3n}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$, $\forall x > \frac{1}{3}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $A = \mathbf{R} - \{1, 2, 3\}$ și funcțiile $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$,

$h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$, $g(x) = f'(x)$, $h(x) = g'(x)$ și $u : A \rightarrow \mathbf{R}$,

$$u(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3} .$$

- (4p) a) Să se calculeze $u'(x)$, $x \in A$.
- (4p) b) Să se arate că $g(x) = f(x) \cdot u(x)$, $\forall x \in A$.
- (4p) c) Să se arate că $u'(x) < 0$, $\forall x \in A$.
- (2p) d) Să se arate că $u'(x) = \frac{f(x) \cdot h(x) - g^2(x)}{f^2(x)}$, $\forall x \in A$.
- (2p) e) Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției u .
- (2p) f) Să se calculeze $\int_4^5 u(x) dx$.
- (2p) g) Să se arate că $g^2(x) > h(x) \cdot f(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$