

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...094

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(1, 2)$ la punctul $B(-1, 3)$.
- (4p) b) Să se calculeze coordonatele mijlocului segmentului determinat de punctele $M(1,5)$ și $N(-1,1)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\sin x$, pentru $\cos x = \frac{1}{5}$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.
- (4p) d) Să se calculeze $\cos^2 \frac{\pi}{7} + \sin^2 \frac{\pi}{7}$.
- (2p) e) Să se calculeze conjugatul numărului complex $(2+i)(1-2i)$.
- (2p) f) Să se calculeze suma de numere complexe $i^2 + i^3 + i^4$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f(x) = -3$, unde $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -x^2 + 1$.
- (3p) c) Să se calculeze în câte moduri se pot aranja pe un raft 4 cărți.
- (3p) d) Să se determine numerele reale x, y astfel încât să aibă loc egalitatea $\begin{pmatrix} x & 2 \\ 1 & -y+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x+4 & 2 \\ 1 & y-2 \end{pmatrix}$.
- (3p) e) Să se determine probabilitatea ca un element n din mulțimea $\{0,1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $2^{n+1} \leq 64$.

2.

- (3p) a) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+1}{8n-2}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_{-1}^1 (x^4 + 2) dx$.
- (3p) c) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$, unde $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 \ln x$.
- (3p) d) Să se arate că funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + \ln x$, este crescătoare pe intervalul $(1, \infty)$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 094

SUBIECTUL III (20p)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea “ \circ ”, prin $x \circ y = 4xy + 4x + 4y + 3$,

$\forall x, y \in \mathbf{R}$.

- (4p) a) Să se calculeze $1 \circ 2$.
- (4p) b) Să se verifice că $x \circ y = 4(x+1)(y+1) - 1, \forall x, y \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se arate că $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z), \forall x, y, z \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se determine elementul $e \in \mathbf{R}$, care verifică relația $x \circ e = e \circ x = x, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se arate că, dacă $x \circ y = -1$, atunci $x = -1$ sau $y = -1$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că
- $$\underbrace{a \circ a \circ \dots \circ a}_{\text{de } n \text{ ori}} = 4^{n-1}(a+1)^n - 1, \forall n \in \mathbf{N}^* \text{ și } \forall a \in \mathbf{R}.$$
- (2p) g) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $\underbrace{(x-1) \circ (x-1) \circ \dots \circ (x-1)}_{\text{de } 2007 \text{ ori}} = -1$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{x^4}{x^2 + 1}$.

- (4p) a) Să se verifice că $f(x) = x^2 - 1 + \frac{1}{x^2 + 1}, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - x^2)$.
- (4p) c) Să se calculeze $f'(x), x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $(-\infty, 0]$.
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$.
- (2p) f) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (2p) g) Să se rezolve în \mathbf{R} , ecuația $f(x) + f(x^2) = 0$.