

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...095

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(-8, -6)$, $B(8, 6)$, $C(-6, 8)$.

- (4p) a) Să se calculeze coordonatele mijlocului segmentului (AB) .
- (4p) b) Să se arate că $OA = OB = OC$.
- (4p) c) Să se calculeze lungimea segmentului (AC) .
- (4p) d) Să se calculeze aria triunghiului ABC .
- (2p) e) Să se calculeze $\sin^2 60^\circ + \cos^2 30^\circ$.
- (2p) f) Să se calculeze, în mulțimea numerelor complexe, numărul $(8 + 6i)(6 + 8i)$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se rezolve în \mathbf{R}^* ecuația $\log_2(x^2) = 2$.
- (3p) b) Să se calculeze $2 \cdot C_3^2 - 3^2$.
- (3p) c) Să se calculeze primul termen al dezvoltării $(3x + 2)^3$.
- (3p) d) Să se determine câte numere $n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ verifică inegalitatea $n^2 - 4n + 3 \leq 0$.
- (3p) e) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $x + 2 = x^2$.

2.

Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 5x^4 + 2$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(1)$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 7}{x - 1}$.
- (3p) d) Să se determine punctul de extrem al funcției f .
- (3p) e) Să se calculeze $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 095

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_3(\mathbf{R})$ se consideră matricele $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ și } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (4p) a) Să se calculeze determinantul matricei B .
- (4p) b) Să se arate că $A^3 = O_3$.
- (4p) c) Să se arate că $AB = BA = I_3 - B$.
- (2p) d) Să se calculeze $(A + I_3) \cdot B$.
- (2p) e) Să se demonstreze că $\det(I_3 + A) \cdot \det(I_3 - A + A^2) = 1$.
- (2p) f) Să se calculeze $2A + 3A^2 + 4A^3 + \dots + 11A^{10}$.
- (2p) g) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $(I_3 + A)^n = \begin{pmatrix} 1 & n & n^2 \\ 0 & 1 & 2n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, pentru orice $n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ $f(x) = \ln \frac{x+1}{x}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f(1) + f(2)$.
- (4p) b) Să se arate că $f'(x) = -\frac{1}{x(x+1)}$, $x > 0$.
- (4p) c) Să se calculeze $\int_1^{e-1} x \cdot f'(x) dx$.
- (2p) d) Să se demonstreze că funcția f este descrescătoare pe $(0, \infty)$.
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- (2p) f) Să se calculeze $\int_1^e \left(f\left(\frac{1}{x}\right) - f(x) \right) dx$
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(1) + f(2) + \dots + f(n)}{n}$.