

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007**

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

Varianta ...096

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**NOTĂ.** Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

**La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete**
**SUBIECTUL I ( 20p )**

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul  $A(3, 8)$  la punctul  $B(-2, 3)$ .
- (4p) b) Să se determine  $a, b \in \mathbf{R}$ , astfel încât să avem egalitatea de numere complexe  $(3 + 2i)(1 - 4i) = a + bi$ .
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime  $\sqrt{11}$ .
- (4p) d) Să se determine conjugatul numărului complex  $-9 - 5i$ .
- (2p) e) Să se determine  $a, b \in \mathbf{R}$ , astfel încât punctele  $A(3, 8)$  și  $B(-2, 3)$  să fie pe dreapta de ecuație  $x + ay + b = 0$ .
- (2p) f) Dacă în triunghiul  $ABC$ ,  $AB = 12$ ,  $AC = 5$  și  $m(\hat{BAC}) = 90^\circ$ , să se calculeze  $BC$ .

**SUBIECTUL II ( 30p )**

1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul  $\begin{vmatrix} 10 & 2 \\ 30 & 3 \end{vmatrix}$ .
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element  $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$  să verifice relația  $4^n \geq 25$ .
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația  $125^x - 25 = 0$ .
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive, ecuația  $\log_{10} x = 10$ .
- (3p) e) Să se determine restul împărțirii polinomului  $f = X^6 - X^3 + 1$  la polinomul  $g = X^2 - X + 1$ .

 2. Se consideră funcția  $f : \mathbf{R}^* \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = 3 + \frac{1}{x^5}$ .

- (3p) a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbf{R}^*$ .
- (3p) b) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ .
- (3p) c) Să se determine ecuația asimptotei către  $-\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- (3p) d) Să se calculeze  $\int_1^2 f(x) dx$ .
- (3p) e) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} ((n^5 + 1) \cdot f(n))$ .

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 096

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 8 & -4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  și funcția

$$f : \left(\frac{1}{2}, \infty\right) \rightarrow \left(\frac{1}{2}, \infty\right), f(x) = \frac{5x-2}{8x-3} .$$

- (4p) a) Să se verifice că  $A + I_2 = B$  .
- (4p) b) Să se arate că  $A^2 = O_2$  .
- (4p) c) Să se calculeze matricea  $B^2$  .
- (2p) d) Să se arate că, dacă  $x > \frac{1}{2}$ , atunci  $\frac{5x-2}{8x-3} > \frac{1}{2}$  .
- (2p) e) Să se calculeze  $(f \circ f)(x)$ ,  $x \in \left(\frac{1}{2}, \infty\right)$  .
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că  $B^n = I_2 + nA$ ,  $\forall n \in \mathbf{N}^*$  .
- (2p) g) Să se arate că  $\underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{de\ n\ ori\ f}(x) = \frac{(4n+1)x-2n}{8nx+1-4n}$ ,  $\forall n \in \mathbf{N}^*$ ,  $\forall x > \frac{1}{2}$  .

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră mulțimea  $A = \mathbf{R} - \{0, -1, +1\}$  și funcțiile  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,

$h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x(x^2 - 1)$ ,  $g(x) = f'(x)$ ,  $h(x) = g'(x)$  și  $u : A \rightarrow \mathbf{R}$ ,

$$u(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} .$$

- (4p) a) Să se calculeze  $u'(x)$ ,  $x \in A$  .
- (4p) b) Să se arate că  $g(x) = f(x) \cdot u(x)$ ,  $\forall x \in A$  .
- (4p) c) Să se arate că  $u'(x) < 0$ ,  $\forall x \in A$  .
- (2p) d) Să se arate că  $u'(x) = \frac{f(x) \cdot h(x) - g^2(x)}{f^2(x)}$ ,  $\forall x \in A$  .
- (2p) e) Să se determine ecuația asimptotei către  $+\infty$  la graficul funcției  $u$  .
- (2p) f) Să se calculeze  $\int_4^5 u(x) dx$  .
- (2p) g) Să se arate că  $g^2(x) > h(x) \cdot f(x)$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$  .