

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...098

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(-3, 3)$, $B(-3, 0)$, $C(0, 6)$ și $D(-2, 2)$.

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul A la punctul B .
- (4p) b) Să se determine $m, n \in \mathbf{R}$ astfel încât punctele B și C să aparțină dreptei de ecuație $y = mx + n$.
- (4p) c) Să se demonstreze că punctele B , C și D sunt coliniare.
- (4p) d) Să se calculeze aria triunghiului DEF , cu $DE = 2$, $DF = 3$ și $m(\hat{D}) = 30^\circ$.
- (2p) e) Să se calculeze $\cos^4 45^\circ$.
- (2p) f) Să se calculeze, în mulțimea numerelor complexe, numărul $(1 - 2i)^2$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se calculeze numărul $1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5$.
- (3p) b) Se consideră funcțiile $f, g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, cu $f(x) = 3x + 1$, astfel încât funcția g este inversa funcției f . Să se calculeze $g(4)$.
- (3p) c) Să se determine suma coeficienților polinomului $(X + 1)^4$.
- (3p) d) Să se rezolve ecuația $\lg(5x^2 + 1) = \lg(6x)$, $x > 0$.
- (3p) e) Să se rezolve ecuația $x + 2 = 3\sqrt{x}$, $x \geq 0$.

2.

Se consideră funcția $f: (-1, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + \frac{1}{x+1}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(0)$.
- (3p) b) Să se arate că $f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$, $\forall x > -1$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se arate că funcția f este crescătoare pe $[0, \infty)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 098

SUBIECTUL III (20p)

 Se consideră funcțiile $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2x$

 și $f_n : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f_n(x) = \underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{\text{de } n \text{ ori}}(x)$, pentru orice $n \in \mathbf{N}^*$, unde „ \circ ” reprezintă

operația de compunere a funcțiilor.

- (4p) a) Să se calculeze $f(1)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f(1) + f(2) + \dots + f(10)$.
- (4p) c) Să se determine inversa funcției f .
- (2p) d) Să se arate că $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = f\left(\frac{3}{2}\right)$.
- (2p) e) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $f_n(x) = 2^n x, \forall n \in \mathbf{N}^*, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) f) Să se arate că $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & f(n) \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) g) Să se arate că $1 + f_1(1) + f_2(1) + f_3(1) + \dots + f_n(1) = 2^{n+1} - 1, \forall n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

 Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 - x^2 - x - 2$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x), x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se calculeze $\int_1^2 \frac{f'(x)}{x^2} dx$.
- (4p) c) Să se demonstreze că funcția f nu este monotonă pe \mathbf{R} .
- (2p) d) Să se determine punctele de extrem ale funcției f .
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{f(x)}$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{2^x}\right)$.
- (2p) g) Să se calculeze $\int_{\frac{1}{5}}^5 \frac{f(x) - f(-x)}{x^3} dx$.