EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D

***Varianta* ….004**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare
NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze lungimea segmentului AB, unde $A(1,0)$ şi $B(0,1)$.

(4p) **b)** Să se calculeze $\sqrt{75} - 5\sqrt{3}$.

(4p) **c)** Să se determine două numere naturale proporționale cu 2 şi 3, a căror sumă să fie 10.

(4p) **d)** Să se calculeze numărul diagonalelor unui hexagon convex.

(2p) **e)** Dacă într-o clasă sunt 30 de elevi, din care 3 sunt băieți, să se calculeze probabilitatea ca şeful clasei să fie băiat.

(2p) **f)** Să se calculeze $(-2)^{-2}$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ şi $C = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $A + B$.

(3p) **b)** Să se calculeze $B - C$.

(3p) **c)** Să se calculeze $A \cdot C$.

(3p) **d)** Să se calculeze $\det(C)$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\det(A \cdot C)$.

2. Se consideră paralelogramul $ABCD$ cu $AB = 6$, $AD = 4$ şi $m(\hat{A}) = 60^\circ$.

(3p) **a)** Să se calculeze $m(\hat{B})$.

(3p) **b)** Să se calculeze lungimea înălțimii din D pe AB a paralelogramului $ABCD$.

(3p) **c)** Să se calculeze aria paralelogramului $ABCD$.

(3p) **d)** Să se calculeze aria triunghiului ABD.

(3p) **e)** Să se calculeze lungimea diagonalei BD.

SUBIECTUL III (20p)

Într-un plan, se consideră triunghiul ABC de arie S şi punctele $M \in (AB)$, $N \in (BC)$, $P \in (CA)$, astfel încât $\frac{AM}{AB} = x$, $\frac{BN}{BC} = y$ şi $\frac{CP}{CA} = z$, unde $x, y, z \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$. Se notează cu S_{XYZ} suprafața triunghiului XYZ. Se consideră $r, s \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$ şi funcția $f : \left[0, \frac{1}{2}\right] \to \mathbf{R}$, $f(t) = t(1 - r - s) + r + s - rs$.

(4p) **a)** Să se arate că $\frac{AP}{AC} = 1 - z$.

(4p) **b)** Să se arate că $S_{AMP} = x(1 - z)S$.

(4p) **c)** Să se arate că $S_{MNP} = S[1 - x(1 - z) - y(1 - x) - z(1 - y)]$.

(2p) **d)** Să se arate că funcția f este monoton crescătoare.

(2p) **e)** Să se arate că $f(t) \le \frac{1}{2} + \frac{r}{2} + \frac{s}{2} - rs$, $\forall t \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$, $\forall r, s \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$.

(2p) **f)** Să se arate că $f(t) \le \frac{3}{4}$, $\forall t \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$.

(2p) **g)** Să se arate că $S_{MNP} \ge \frac{S}{4}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Fie M mulțimea tuturor numerelor naturale care au ultima cifră egală cu 3.

(4p) **a)** Să se scrie un element al mulțimii M.

(4p) **b)** Să se arate că M nu conține nici un pătrat perfect.

(4p) **c)** Să se determine un cub perfect din mulțimea M.

(2p) **d)** Să se arate că 10 divide numărul $x - y$, oricare ar fi $x, y \in M$.

(2p) **e)** Să se dea un exemplu de elemente $x, y, z \in M$ astfel încât $x^2 - y - z \notin M$

(2p) **f)** Dacă T este submulțimea lui M care conține numerele de trei cifre, să se determine numărul de elemente al mulțimii T.

(2p) **g)** Să se calculeze suma acelor elemente ale lui M formate din cel mult 2 cifre.