EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….**006**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2+2x+1=0$.

(4p) **b)** Să se determine mulțimea valorilor reale ale lui x care verifică inecuația $x^2-3x+2<0$.

(4p) **c)** Să se rezolve în intervalul $(0,2)$ ecuația $\log_3 x=\log_3(2-x)$.

(4p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x=1$.

(2p) **e)** Să se determine numărul de submulțimi cu 2 elemente ale unei mulțimi cu 5 elemente.

(2p) **f)** Să se determine cel mai mic număr real a , pentru care funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^2-4x+10$, este strict crescătoare pe intervalul $[a,\infty)$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine câte funcții $f:\{1,2,3\}\to\{1,2\}$ au proprietatea $f(1)\cdot f(2)=1$.

(3p) **b)** Să se determine câte elemente din mulțimea $\{101,102,...,150\}$ se divid cu 5 şi cu 2.

(3p) **c)** Dacă mulțimea A are 5 elemente, mulțimea B are 5 elemente şi mulțimea $A\cup B$ are 8 elemente, să se determine câte elemente are mulțimea $A\cap B$.

(3p) **d)** Să se calculeze numărul fetelor dintr-o clasă de 30 de elevi din care 20% sunt băieți.

(3p) **e)** Să se calculeze probabilitatea ca un element din şirul de numere $C_4^0, C_4^1, C_4^2, C_4^3, C_4^4$ să se dividă cu 4.

2. Se consideră triunghiurile asemenea ABC şi DEF astfel încât $\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{DF}=\frac{BC}{EF}=5$.

(3p) **a)** Să se calculeze raportul dintre perimetrul triunghiului ABC şi perimetrul triunghiului DEF

(3p) **b)** Să se calculeze raportul dintre aria triunghiului ABC şi aria triunghiului DEF .

(3p) **c)** Dacă înălțimea din A a triunghiului ABC are lungimea 1 să se calculeze lungimea înălțimii din D a triunghiului DEF.

(3p) **d)** Dacă măsura unghiului A al triunghiului ABC este 70°, să se calculeze măsura unghiului D al triunghiului DEF.

(3p) **e)** Dacă lungimea laturii AC este 2 , să se calculeze lungimea laturii DF.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră un triunghi ABC şi M un punct situat în interiorul acestuia. Perpendicularele din punctul M pe laturile AB, BC şi AC le intersectează în D, E respectiv F. Notăm cu S_{XYZ} aria triunghiului XYZ şi cu h_a, h_b, h_c lungimile înălțimilor triunghiului ABC duse din A, B respectiv C.

Au loc inegalitățile $h_a \le h_b \le h_c$.

(4p) **a)** Să se arate că $AB \le AC \le BC$.

(4p) **b)** Să se verifice că $\frac{S_{AMB}}{S_{ABC}} + \frac{S_{BMC}}{S_{ABC}} + \frac{S_{CMA}}{S_{ABC}} = 1$.

(4p) **c)** Să se arate că $\frac{S_{BMC}}{S_{ABC}} = \frac{ME}{h_a}$.

(4p) **d)** Să se deducă relația $1 = \frac{MD}{h_c} + \frac{ME}{h_a} + \frac{MF}{h_b}$.

(4p) **e)** Să se verifice egalitatea

$$MD + ME + MF = \frac{MD}{h_c} \cdot h_c + \frac{ME}{h_a} \cdot h_a + \frac{MF}{h_b} \cdot h_b$$

(2p) **f)** Să se arate că , dacă $x, y, z, a, b, c \in \mathbf{R}$, $x \le y \le z$ şi $a, b, c \in [0,1]$ cu $a + b + c = 1$, atunci $x \le ax + by + cz \le z$.

(2p) **g)** Utilizând relațiile de la punctele **d), e)** şi **f)**, să se arate că $h_a \le MD + ME + MF \le h_c$.

SUBIECTUL IV (20p)

Un număr natural $n \ge 2$ se numeşte *“puternic”*, dacă fiecare factor prim din descompunerea sa apare la o putere strict mai mare decât 1. (De exemplu $200 = 2^3 \cdot 5^2$, este un număr *“puternic”*). Notăm cu A mulțimea tuturor numerelor *“puternice”*.

(4p) **a)** Să se verifice că $4 \in A$ şi $9 \in A$.

(4p) **b)** Să se verifice identitatea $4x(x+1)+1 = (2x+1)^2$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se arate că, dacă $p, q \in A$, atunci $p \cdot q \in A$.

(2p) **d)** Să se verifice că $12 \notin A$.

(2p) **e)** Să se calculeze numărul de elemente din mulțimea $A \cap \{1,2,3,...,20\}$.

(2p) **f)** Să se arate că mulțimea A conține cel puțin 2006 elemente.

(2p) **g)** Să se arate că mulțimea A conține cel puțin 5 elemente x, cu proprietatea că $x+1 \in A$.