EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….**010**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se compare numerele $2\sqrt{7}$ și $3\sqrt{3}$.

(4p) **b)** Să se rezolve în **R** ecuația $2^x = \frac{1}{2}$.

(4p) **c)** Să se calculeze $\log_2 4 \cdot \log_3 1$.

(4p) **d)** Să se determine numărul tuturor submulțimilor unei mulțimi cu 3 elemente.

(2p) **e)** Să se calculeze C_5^3.

(2p) **f)** Să se calculeze produsul $\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră funcțiile $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = 3x - 2$, $g(x) = \frac{x+2}{3}$, $x \in \mathbf{R}$.

(3p) **a)** Să se determine $f\left(\frac{1}{3}\right)$.

(3p) **b)** Să se rezolve în **R** inecuația $g(x) \le 1$.

(3p) **c)** Să se rezolve în **R** ecuația $f(x) = g(x)$.

(3p) **d)** Să se calculeze $f(1) + f(2) + ... + f(20)$.

(3p) **e)** Să se calculeze produsul $g(-10)\cdot g(-9)\cdot ...\cdot g(9)\cdot g(10)$

2. Se consideră un trapez isoscel $ABCD$, cu laturile AB și CD paralele și $AB = 4\sqrt{2}$, $CD = 3\sqrt{2}$, $AC \perp BD$, $AC \cap BD = \{O\}$.

(3p) **a)** Să se calculeze *OA*.

(3p) **b)** Să se calculeze *OC*.

(3p) **c)** Să se arate că $BC = 5$.

(3p) **d)** Să se calculeze înălțimea trapezului.

(3p) **e)** Să se determine aria trapezului *ABCD*.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră un pentagon convex *ABCDE* şi notăm cu *M, N, P, Q* mijloacele laturilor *AB, BC, CD, DE*, cu *R* mijlocul segmentului *MP*, cu *S* mijlocul segmentului *NQ* şi cu *X* mijlocul segmentului *AD*.

(4p) **a)** Să se arate că dreptele *MN* şi *AC* sunt paralele.

(4p) **b)** Să se arate că $MN = XP$.

(4p) **c)** Să se arate că patrulaterul *MNPX* este paralelogram.

(2p) **d)** Să se arate că punctele *X, R* şi *N* sunt coliniare.

(2p) **e)** Să se arate că dreptele *RS* şi *XQ* sunt paralele.

(2p) **f)** Să se arate că dreptele *RS* şi *AE* sunt paralele.

(2p) **g)** Să se arate că $RS = \frac{1}{4}AE$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ şi $a, b \in \mathbf{R}$.

(4p) **a)** Să se calculeze $\det(A)$.

(4p) **b)** Să se arate că sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y = 2a \\ x - y = 2b \end{cases}$, $x, y \in \mathbf{R}$ are unica soluție $(x, y) = (a + b, a - b)$.

(4p) **c)** Să se calculeze matricea $A + B$.

(2p) **d)** Să se arate că pentru $n \in \mathbf{N}$, $n \geq 1$ există $x_n, y_n \in \mathbf{R}$ astfel încât $A^n = \begin{pmatrix} x_n & y_n \\ y_n & x_n \end{pmatrix}$, $\forall n \geq 1$.

(2p) **e)** Folosind egalitatea $A^{n+1} = A^n \cdot A$, să se arate că $\begin{cases} x_{n+1} = 2x_n + y_n \\ y_{n+1} = x_n + 2y_n \end{cases}$, $\forall n \geq 1$.

(2p) **f)** Dacă $A^n = \begin{pmatrix} x_n & y_n \\ y_n & x_n \end{pmatrix}$ să se arate că $x_n + y_n = 3^n$ şi $x_n - y_n = 1$, $\forall n \geq 1$.

(2p) **g)** Să se arate că $A^n = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 3^n + 1 & 3^n - 1 \\ 3^n - 1 & 3^n + 1 \end{pmatrix}$, $\forall n \geq 1$.