EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….**012**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2x^2+9x-11=0$.

(4p) **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $2x^2+9x-11<0$.

(4p) **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $5^x-5=0$.

(4p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale strict pozitive ecuația $\log_3 x=3$.

(2p) **e)** Să se calculeze suma $S=C_6^0-C_6^1+C_6^5-C_6^6$.

(2p) **f)** Să se compare numerele 1,8 şi $\sqrt{3}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se scrie un număr irațional cuprins între numerele $\frac{4}{3}$ şi $\frac{3}{2}$.

(3p) **b)** Să se scrie toate elementele din mulțimea $\{11, 12, ..., 25\}$ care **nu** se divid cu 5.

(3p) **c)** Dacă $A=\{a,b,c,d\}$, $B=\{c,d,e\}$, să se determine mulțimea $A\cap B$.

(3p) **d)** Să se calculeze produsul primelor 10 zecimale ale numărului $\sqrt{257}$.

(3p) **e)** Să se scrie toate numerele de 3 cifre care se pot forma utilizând numai cifre din mulțimea $\{2,4\}$.

2. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC cu catetele $AB=5$ şi $AC=12$.

Piciorul perpendicularei din A pe BC se notează cu D.

(3p) **a)** Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC.

(3p) **b)** Să se calculeze lungimea înălțimii AD a triunghiului ABC.

(3p) **c)** Să se calculeze aria triunghiului ABC.

(3p) **d)** Să se calculeze lungimea medianei din A a triunghiului ABC.

(3p) **e)** Să se calculeze lungimea segmentului BD.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră un triunghi ABC şi punctele $E \in (AC)$, $F \in (AB)$ şi $D \in (BC)$, astfel încât segmentele (AD), (BE) şi (CF) să fi concurente în P . Notăm cu S_{XYZ} aria triunghiului XYZ .

(4p) **a)** Să se arate că $\dfrac{FA}{FB} = \dfrac{S_{PAF}}{S_{PBF}}$.

(4p) **b)** Să se arate că $\dfrac{EC}{EA} = \dfrac{S_{PEC}}{S_{PEA}}$.

(4p) **c)** Să se arate că $\dfrac{DB}{DC} = \dfrac{S_{PDB}}{S_{PDC}}$.

(2p) **d)** Să se arate că $\dfrac{S_{PBD}}{S_{PAE}} = \dfrac{PB \cdot PD}{PA \cdot PE}$.

(2p) **e)** Utilizând relațiile de la punctele **a), b), c), d)**, să se arate că $\dfrac{FA}{FB} \cdot \dfrac{EC}{EA} \cdot \dfrac{DB}{DC} = 1$.

(2p) **f)** Să se arate că, dacă punctele X, Y aparțin segmentului (GH) şi $\dfrac{XG}{XH} = \dfrac{YG}{YH}$, atunci $X = Y$.

(2p) **g)** Să se arate că, dacă punctele I, J, K sunt pe laturile triunghiului RST , $I \in (RS), J \in (ST)$ şi $K \in (RT)$ astfel încât $\dfrac{IR}{IS} \cdot \dfrac{JS}{JT} \cdot \dfrac{KT}{KR} = 1$, atunci segmentele (IT) (JR) şi (KS) sunt concurente.

SUBIECTUL IV (20p)

(4p) **a)** Să se verifice că $(1+x)(1+y) = 1 + x + y + xy$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $1 - x - x^2 + x^3 = 0$.

(4p) **c)** Să se arate că, dacă $x, y \in \mathbf{R}$ şi au acelaşi semn, atunci $(1+x)(1+y) \ge 1 + x + y$.

(2p) **d)** Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că, dacă $n \in \mathbf{N}^*$,

$a_1, a_2, ..., a_n \in (-1, \infty)$ şi au acelaşi semn, atunci

$(1+a_1) \cdot (1+a_2) \cdot ... \cdot (1+a_n) \ge 1 + a_1 + a_2 + ... + a_n$.

(2p) **e)** Să se arate că, dacă $a \in (-1, \infty)$, atunci $(1+a)^n \ge 1 + na$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

(2p) **f)** Să se arate că $\left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n \ge 2$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

(2p) **g)** Să se arate că $2^{x_1 + x_2 + ... + x_n} \ge 2^{x_1} + 2^{x_2} + ... + 2^{x_n} - (n-1)$, $\forall x_1, x_2, ..., x_n \in \mathbf{N}$.