

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D

Varianta ...016

M3: Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare
NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore
La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete
SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se determine câte soluții reale are ecuația $2x^2 - 5x + 2 = 0$.
- (4p) b) Să se determine mulțimea valorilor reale ale lui x care verifică inecuația $2x^2 - 5x + 2 < 0$.
- (4p) c) Să se determine soluția reală a ecuației $27^x - 9 = 0$.
- (4p) d) Să se determine soluția reală a ecuației $\log_2 x = -1$.
- (2p) e) Să se calculeze media geometrică a numerelor 3 și 12 .
- (2p) f) Să se calculeze C_{10}^2 .

SUBIECTUL II (30p)

 1. Se consideră mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

- (3p) a) Să se determine numărul submulțimilor nevide ale mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.
- (3p) b) Să se determine numărul tuturor submulțimilor mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ care au toate elementele numere prime.
- (3p) c) Să se determine numărul submulțimilor mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ care au suma elementelor egală cu 5.
- (3p) d) Să se determine în câte moduri se pot permuta elementele mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.
- (3p) e) Să se determine câte submulțimi ale mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ au un număr impar de elemente.

 2. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC cu catetele de lungimi $AB = 6$ și $AC = 8$.

- (3p) a) Să se determine lungimea ipotenuzei triunghiului ABC .
- (3p) b) Să se determine perimetrul triunghiului ABC .
- (3p) c) Să se determine aria triunghiului ABC .
- (3p) d) Să se determine lungimea înălțimii din A a triunghiului ABC .
- (3p) e) Să se determine lungimea medianei din A a triunghiului ABC .

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră dreptunghiul $ABCD$ de centru O cu $AB > AD$, lungimea diagonalei AC de 10, lungimea segmentului $[OA]$ egală cu lungimea segmentului $[AM]$, unde M este punctul de intersecție al mediatoarei segmentului $[BD]$ cu dreapta AD .

- (4p) a) Să se demonstreze că triunghiul AOD este echilateral .
- (4p) b) Să se calculeze lungimile laturilor dreptunghiului.
- (4p) c) Să se calculeze aria dreptunghiului.
- (2p) d) Să se demonstreze că $AO \parallel BM$.
- (2p) e) Să se calculeze perimetrul patrulaterului $AMBO$.
- (2p) f) Să se demonstreze că $DH \perp BM$, unde H este punctul de intersecție al dreptelor OM și AB .
- (2p) g) Să se demonstreze că punctul H este centrul de greutate al triunghiului MDB .

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbf{Z} \right\}$, precum și matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și

$O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Mai considerăm mulțimea $U(G) = \{A \in G \mid \det(A) = 1\}$.

- (4p) a) Să se verifice că $O_2 \in G$ și că $I_2 \in U(G)$.
- (4p) b) Să se arate că, dacă $A, B \in G$, atunci $A + B \in G$.
- (4p) c) Să se arate că, dacă $A, B \in G$, atunci $A \cdot B \in G$.
- (2p) d) Să se arate că, dacă $A, B \in G$, atunci $\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$.
- (2p) e) Să se arate că mulțimea $U(G)$ are exact 4 elemente.
- (2p) f) Să se arate că, dacă $A \in U(G)$, atunci $A^4 = I_2$.
- (2p) g) Să se arate că, dacă $A, B, C, D \in U(G)$ și $A \cdot B \cdot C \cdot D = I_2$, atunci printre matricele A, B, C și D există două care sunt egale.