EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta* ….025**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se determine $f(3)$, știind că $f(x) = x - 5,\ x \in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se determine valoarea de adevăr a propoziției p :„ $\frac{2}{3} \in \mathbf{N}$ ” .

(4p) **c)** Să se determine soluția ecuației $2x - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$.

(4p) **d)** Să se determine media geometrică a numerelor 8 și 18 .

(2p) **e)** Să se determine ultima cifră a numărului 5^{2007}.

(2p) **f)** Să se determine cel mai mic pătrat perfect de trei cifre distincte.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră mulțimea $M = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$.

(3p) **a)** Să se afle câte numere din mulțimea *M* sunt pare.

(3p) **b)** Să se afle câte numere din mulțimea *M* sunt cuburi perfecte.

(3p) **c)** Să se rezolve în *M* inecuația $2x < 8$.

(3p) **d)** Să se determine probabilitatea ca un element $x \in M$ să fie divizibil cu 3.

(3p) **e)** Să se determine suma elementelor mulțimii M .

2. Se consideră triunghiul echilateral ABC cu perimetrul 24 .

(3p) **a)** Să se determine lungimea laturii triunghiului ABC .

(3p) **b)** Să se determine lungimea înălțimii triunghiului ABC .

(3p) **c)** Să se determine aria triunghiului ABC .

(3p) **d)** Să se determine măsura unghiului A al triunghiului ABC .

(3p) **e)** Să se determine lungimea laturii unui pătrat cu perimetrul egal cu perimetrul triunghiului ABC .

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră dreptunghiul $ABCD$ şi M un punct în interiorul său. Notăm cu S_{ABCD} aria dreptunghiului $ABCD$, cu S_{XYZ} aria triunghiului XYZ şi cu XM lungimea medianei din vârful X al triunghiului XYZ. Se presupune cunoscută relația $XM^2 = \frac{2\left(XY^2 + XZ^2\right) - YZ^2}{4}$.

(4p) **a)** Să se demonstreze că $\frac{S_{AMB}}{S_{ABCD}} + \frac{S_{DMC}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{2}$.

(4p) **b)** Să se demonstreze că $\frac{S_{AMB}}{S_{ABCD}} + \frac{S_{BMC}}{S_{ABCD}} + \frac{S_{CMD}}{S_{ABCD}} + \frac{S_{DMA}}{S_{ABCD}} = 1$.

(4p) **c)** Să se demonstreze că suma distanțelor de la punctul M la laturile dreptunghiului este constantă.

(2p) **d)** Să se demonstreze că $MA + MB + MC + MD > AB + BC$.

(2p) **e)** Dacă notăm cu O punctul de intersecție al diagonalelor, să se arate că $4MO^2 + AC^2 = 2MA^2 + 2MC^2$.

(2p) **f)** Să se demonstreze că $MA^2 + MC^2 = MB^2 + MD^2$.

(2p) **g)** Să se determine poziția punctului M astfel încât $MA + MB + MC + MD = AC + BD$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $A \subset \mathbf{N}$ cu proprietatea că fiecare element din A împărțit la 3,4 şi 5, dă resturile 2,3, respectiv 4.

(4p) **a)** Să se determine cel mai mic element al mulțimii A.

(4p) **b)** Să se demonstreze că dacă $a \in A$, atunci 60 divide $a + 1$.

(4p) **c)** Să se determine elementele din mulțimea A conținute în intervalul $(100, 200)$.

(2p) **d)** Să se determine cel mai mic element al mulțimii A, divizibil cu 7.

(2p) **e)** Să se arate că $A = \left\{60n - 1 \,\middle|\, n \in \mathbf{N}^*\right\}$.

(2p) **f)** Să se arate că toate numerele din mulțimea A au ultima cifră 9.

(2p) **g)** Să se demonstreze că nici un element al mulțimii A nu este pătrat perfect .