EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….**026**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare
NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Dacă $3{,}7(831) = a_0, a_1a_2...a_n...$, să se calculeze a_6.

(4p) **b)** Să se determine ultima cifră a numărului 11^{2007}.

(4p) **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3x^2 + 8x - 11 = 0$.

(4p) **d)** Să se arate că $\frac{5+45}{2} > \sqrt{5 \cdot 45}$.

(2p) **e)** Să se calculeze diferența numerelor 2^5 şi 5^2.

(2p) **f)** Să se stabilească valoarea de adevăr a propoziției p :„ $(\exists x)(x-1=0)$, $x \in \mathbf{N}$ ”.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine soluția naturală a ecuației $n^2 - 1 = 35$.

(3p) **b)** Se consideră mulțimea $A = \{4, 5, 6, 7, 8\}$. Să se calculeze probabilitatea ca un element n din mulțimea A să verifice relația $n^2 - 1 = 35$.

(3p) **c)** Să se determine câte numere de trei cifre se pot forma cu cifre din mulțimea $\{1, 2\}$.

(3p) **d)** Să se determine numărul de soluții naturale ale inecuațiilor $\frac{1}{8} < 2^n < 8$.

(3p) **e)** Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi ecuația $\log_3 x^2 = 2$.

2. În triunghiul ABC avem $AB = 13$, $AC = 14$ şi $BC = 15$, iar M şi N mijloacele laturilor AB respectiv AC.

(3p) **a)** Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC.

(3p) **b)** Să se calculeze lungimea segmentului MN.

(3p) **c)** Să se arate că triunghiurile AMN şi ABC sunt asemenea.

(3p) **d)** Să se calculeze raportul dintre perimetrul triunghiului AMN şi perimetrul triunghiului ABC.

(3p) **e)** Să se calculeze raportul dintre aria triunghiului AMN şi aria triunghiului ABC.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A şi O un punct în interiorul triunghiului astfel încât ariile triunghiurilor OAB, OAC şi OBC să fie egale. Mai considerăm punctele M, N şi P picioarele perpendicularelor din O pe BC, AC respectiv AB.

(4p) **a)** Să se arate că $OP \cdot AB = ON \cdot AC = OM \cdot BC = \frac{1}{3} AB \cdot AC$.

(4p) **b)** Să se arate că $3OP = AC$.

(4p) **c)** Să se arate că $CN = 2AN$.

(2p) **d)** Să se arate că $OA^2 = OP^2 + ON^2$.

(2p) **e)** Să se arate că $OB^2 = OP^2 + PB^2$.

(2p) **f)** Să se arate că $OC^2 = ON^2 + NC^2$.

(2p) **g)** Să se arate că $OB^2 + OC^2 = 5OA^2$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \middle| a, b \in \{-1, 0, 1\} \right\}$.

(4p) **a)** Să se arate că $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in M$.

(4p) **b)** Să se arate că $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in M$.

(4p) **c)** Să se determine câte matrice conține mulțimea M.

(2p) **d)** Să se arate că $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \in M$ şi să se calculeze $\det(A)$.

(2p) **e)** Pentru matricea de la punctul **d)** să se calculeze A^2 şi A^3.

(2p) **f)** Să se determine câte perechi de numere întregi (x, y) verifică relația $x^2 + y^2 = 1$.

(2p) **g)** Să se determine câte matrice $B \in M$ există pentru care $\det(B) = 1$.