EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta* ….029**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se efectueze $\left(1^3+2^3+3^3+4^3\right)-\left(1+2+3+4\right)^2$.

(4p) **b)** Să se calculeze 18 % din 750.

(4p) **c)** Să se rezolve ecuația $3^x=27^{-1}$.

(4p) **d)** Să se calculeze determinantul matricei $\begin{pmatrix}1 & -2\\ 2 & -4\end{pmatrix}$.

(2p) **e)** Să se rezolve în $\mathbf{R}$ ecuația $x^2-9=0$.

(2p) **f)** Să se calculeze A_5^2.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze media aritmetică a numerelor $3+\sqrt{5}$ şi $3-\sqrt{5}$.

(3p) **b)** Să se determine numărul real pozitiv *x* ştiind că $\frac{x+1}{2}\le\sqrt{x}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$ dacă $x-y=xy$ şi $xy\neq 0$.

(3p) **d)** Să se calculeze probabilitatea ca un număr natural din intervalul $[40, 49]$ să fie număr prim.

(3p) **e)** Să se calculeze C_4^3.

2. Se consideră un triunghi *ABC* care are perimetrul egal cu $24+8\sqrt{3}$, $m(\hat{A})=m(\hat{B})+m(\hat{C})$ şi

$m(\hat{B})-m(\hat{C})=\frac{1}{3}\cdot m(\hat{A})$.

(3p) **a)** Să se arate că $m(\hat{A})=90^\circ$.

(3p) **b)** Să se determine măsurile unghiurilor *B* şi *C*.

(3p) **c)** Să se determine lungimea segmentului *AC*.

(3p) **d)** Să se calculeze aria triunghiului *ABC*.

(3p) **e)** Să se calculeze distanța de la punctul *A* la dreapta *BC*.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră un triunghi dreptunghic *ABC*, $m(\hat{A}) = 90^\circ$ şi $AD \perp BC$, $D \in BC$. Bisectoarea unghiului *B* intersectează, pe rând, pe *AD*, *AC* şi perpendiculara în *C* pe *BC* în punctele *I*, *E*, respectiv *F*. Paralela prin *A* la *BE* intersectează dreapta *CB* în *G*.

(4p) **a)** Să se arate că triunghiul *ABG* este isoscel.

(4p) **b)** Să se arate că triunghiul ABE şi triunghiul DBI au unghiurile respectiv congruente.

(4p) **c)** Să se arate că triunghiul AEI este isoscel.

(2p) **d)** Să se arate că *EC*=*FC*.

(2p) **e)** Utilizând teorema fundamentală a asemănării în triunghiul ADG, să se arate că $\frac{AI}{ID} = \frac{GB}{BD}$.

(2p) **f)** Să se arate că are loc relația $AI^2 = ID \cdot FC$.

(2p) **g)** În ipoteza suplimentară că *E* este mijlocul segmentului $[BF]$, să se afle $m(A\hat{B}C)$

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $M = \{u^2 + v^2 \mid u, v \in \mathbf{N}\}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $13 \in M$ şi $17 \in M$.

(4p) **b)** Să se arate că $38 \notin M$.

(4p) **c)** Să se verifice identitatea $(m^2 + n^2) \cdot (u^2 + v^2) = (mu + nv)^2 + (mv - nu)^2, \forall m, n, u, v$ numere întregi nenule.

(2p) **d)** Să se arate că dacă $x_1 \in M$ şi $x_2 \in M$, atunci $x_1 \cdot x_2 \in M$.

(2p) **e)** Folosind metoda inducției matematice,să se arate că $x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n \in M$, $\forall n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ şi $x_1, x_2, \ldots, x_n \in M$.

(2p) **f)** Să se scrie numărul 1105 ca un produs de două, respectiv trei numere din *M*.

(2p) **g)** Să se arate că mulțimea M nu conține elemente de forma $4k + 3, \forall k \in \mathbf{N}$.