# EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**PROBA D**

***Varianta* ….035**

**M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare**

**NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore**

**La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete**

## SUBIECTUL I ( 20p )

**(4p)** **a)** Să se determine numărul de soluții reale ale sistemului $x+y=3$, $2x-y=0$.

**(4p)** **b)** Să se rezolve ecuația $2^{x+1}=1$, $x\in \mathbf{R}$.

**(4p)** **c)** Să se determine cel mai mare număr de patru cifre nu neapărat distincte divizibil cu 4.

**(4p)** **d)** Să se determine probabilitatea ca alegând o latură a unui triunghi dreptunghic aceasta să fie catetă.

**(2p)** **e)** Să se determine numărul de soluții $(x,y)$ ale ecuației $x^2=y^2+3$,știind că $x,y\in Z$.

**(2p)** **f)** Găsiți două numere prime $x$, $y$ a căror sumă este 13.

## SUBIECTUL II ( 30p )

**1.** Se consideră mulțimea $A=\{m^2+n^2 \mid m,n\in \mathbf{N}\}$.

**(3p)** **a)** Să se arate că $29\in A$.

**(3p)** **b)** Să se arate că $31\notin A$.

**(3p)** **c)** Să se demonstreze relația $(a^2+b^2)(x^2+y^2)=(ax+by)^2+(ay-bx)^2$, $\forall a,b,x,y\in \mathbf{R}$.

**(3p)** **d)** Să se arate că dacă $x,y\in A$, atunci $xy\in A$.

**(3p)** **e)** Să se arate că $17^{2007}\in A$.

**2.** Se consideră un triunghi dreptunghic $ABC$ cu catetele $AB=6$, $AC=8$.

**(3p)** **a)** Să se determine lungimea laturii $BC$.

**(3p)** **b)** Să se afle aria triunghiului $ABC$.

**(3p)** **c)** Să se afle lungimea medianei din $A$ a triunghiului $ABC$.

**(3p)** **d)** Să se afle latura unui pătrat de aceeași arie cu aria triunghiului $ABC$.

**(3p)** **e)** Să se determine suma lungimilor înălțimilor triunghiului $ABC$.

**SUBIECTUL III ( 20p )**

În triunghiul $ABC$ notăm cu $h_A, h_B, h_C$ lungimile înălțimilor din $A, B, C$ şi cu $a, b, c$ lungimile laturilor $BC, CA, AB$. Pentru un punct arbitrar $M$ din interiorul triunghiului notăm cu $d_A, d_B, d_C$ distanțele de la $M$ la laturile $BC, CA, AB$. Dacă $XYZ$ este un triunghi, notăm cu $A(XYZ)$ aria sa.

(4p) **a)** Să se scrie $A(ABC)$ ca suma ariilor a 3 triunghiuri cu un vârf în *M*.

(4p) **b)** Să se arate că $A(ABC) = \dfrac{a \cdot d_A + b \cdot d_B + c \cdot d_C}{2}$.

(4p) **c)** Să se arate că $\dfrac{A(MBC)}{A(ABC)} = \dfrac{d_A}{h_A}$

(2p) **d)** Să se arate că $\dfrac{d_A}{h_A} + \dfrac{d_B}{h_B} + \dfrac{d_C}{h_C} = 1$

(2p) **e)** Să se arate că dacă $d_A = d_B = d_C = 1$, atunci $\dfrac{1}{h_A} + \dfrac{1}{h_B} + \dfrac{1}{h_C} = \dfrac{a+b+c}{2 \cdot A(ABC)}$.

(2p) **f)** Să se arate că dacă triunghiul $ABC$ este echilateral, atunci suma $d_A + d_B + d_C$ este constantă.

(2p) **g)** Să se arate că dacă $[A_1A_2...A_n]$ este un poligon convex cu laturile de lungimi egale, atunci suma distanțelor de la orice punct interior la laturi este constantă.

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră o matrice $A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}$ formată cu toate elementele mulțimii $\{1,2,...,9\}$, cu proprietatea că suma elementelor de pe fiecare linie, de pe fiecare coloană şi de pe fiecare diagonală este aceeaşi, notată cu $S$.

(4p) **a)** Să se arate că $a_1 + a_2 + a_3 + b_1 + b_2 + b_3 + c_1 + c_2 + c_3 = 45$.

(4p) **b)** Să se arate că $S = 15$.

(4p) **c)** Să se arate că: $3S = (a_1 + b_2 + c_3) + (a_2 + b_2 + c_2) + (a_3 + b_2 + c_1) =$

$= (a_1 + a_2 + a_3) + (c_1 + c_2 + c_3) + 3b_2$

(2p) **d)** Să se deducă din **c)** că $b_2 = 5$.

(2p) **e)** Să se arate că pe linia şi coloana pe care apare numărul 9 nu mai apare nici unul din numerele 8, 7 şi 6.

(2p) **f)** Să se arate că numărul 9 nu se află într-un colț al matricei.

(2p) **g)** Să se scrie o matrice cu proprietatea din enunț.