EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….**037**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2+2x-15=0$.

(4p) **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $x^2+2x-15\le 0$.

(4p) **c)** Să se determine $x>-1$ cu proprietatea că $log_3(x+1)=1$.

(4p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x+2^{x+1}=12$.

(2p) **e)** Să se determine câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $\{1,2,3,5,7\}$.

(2p) **f)** Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^2+2x-15$. Să se determine coordonatele punctului de intersecție al graficului funcției cu axa Oy.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine câte funcții $f:\{1,2,3\}\to\{1,5,7\}$ au proprietatea $f(1)\cdot f(2)=5$.

(3p) **b)** Să se determine cel mai mare număr natural de trei cifre care împărțit la 5 dă restul 3.

(3p) **c)** Dacă mulțimea *A* are 7 elemente, mulțimea *B* are 8 elemente şi mulțimea $A\cap B$ are 5 elemente, să se determine câte elemente are mulțimea $A\cup B$.

(3p) **d)** Să se determine cel mai mare număr natural mai mic decât $\sqrt{145}$.

(3p) **e)** Să se determine câte elemente ale mulțimii $\{C_5^0, C_5^1, C_5^2\}$ sunt divizibile cu 5.

2. Se consideră dreptunghiurile *ABCD* şi *MNPQ* în care *BC* = 2, *MN* = 9 şi $\frac{MN}{AB}=\frac{NP}{BC}=\frac{3}{2}$.

(3p) **a)** Să se calculeze lungimea segmentului NP .

(3p) **b)** Să se calculeze perimetrul dreptunghiului *MNPQ*.

(3p) **c)** Să se determine raportul dintre aria dreptunghiului *MNPQ* şi aria dreptunghiului *ABCD*.

(3p) **d)** Să se calculeze lungimea diagonalei dreptunghiului *MNPQ*.

(3p) **e)** Să se calculeze distanța de la punctul *N* la dreapta *MP*.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră triunghiul ABC în care AA', BB', CC' sunt înălțimile corespunzătoare vârfurilor *A*, *B*, respectiv *C* şi $a \le b \le c$, unde a, b, c reprezintă lungimile laturilor *BC*, *AC*, *AB*. Se notează cu h_a, h_b, h_c lungimile înălțimilor AA', BB', CC' şi cu *H* ortocentrul triunghiului *ABC*.

(4p) **a)** Să se arate că $a \cdot h_a = b \cdot h_b = c \cdot h_c$.

(4p) **b)** Să se arate că $h_a \ge h_b \ge h_c$.

(4p) **c)** Să se arate că triunghiul AHB' este asemnenea cu triunghiul BHA'.

(2p) **d)** Să se arate că $AH \cdot HA' = BH \cdot HB' = CH \cdot HC'$.

(2p) **e)** Să se arate că dacă, $x, y \in \mathbf{R}$, $x \le y$ atunci $ax + cy \ge ay + cx$.

(2p) **f)** Să se arate că $a \cdot h_c + c \cdot h_a \ge 4S$, unde *S* reprezintă aria triunghiului *ABC*.

(2p) **g)** Să se arate că $a \cdot h_b + b \cdot h_c + c \cdot h_a \ge 6S$, unde *S* reprezintă aria triunghiului *ABC*.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră $a \in \mathbf{N}^*$ şi mulțimea $N_a = \{n \in \mathbf{N}^* \mid n \text{ are } a \text{ divizori naturali}\}$.

(4p) **a)** Să se arate că $2 \in N_2$ şi $15 \notin N_3$.

(4p) **b)** Să se determine mulțimea $\{1, 2, 3, \ldots, 10\} \cap N_4$.

(4p) **c)** Să se arate că dacă *p* este număr prim, atunci $p^k \in N_{k+1}$, $\forall k \in \mathbf{N}^*$.

(2p) **d)** Să se arate că dacă $p \in N_n$ şi $q \in N_m$ nu au divizori comuni diferiți de 1, atunci $p \cdot q \in N_{n \cdot m}$.

(2p) **e)** Să se arate că $N_a \ne \emptyset$, $\forall a \in \mathbf{N}^*$.

(2p) **f)** Să se arate că dacă *n* este pătrat perfect, atunci există $k \in \mathbf{N}$ cu proprietatea $n \in N_{2k+1}$.

(2p) **g)** Să se arate că N_a are cel puțin 2007 elemente, $\forall a \ge 2$.