EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….054

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ -4 & -3 \end{vmatrix}$.

(4p) **b)** Să se calculeze matricea $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}^2$.

(4p) **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale sistemul $\begin{cases} x+2y=1 \\ 3x+4y=1 \end{cases}$.

(4p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $5^x = \sqrt{5}$.

(2p) **e)** Dacă $\frac{1}{21} = 0,a_1a_2...a_n...$, să se calculeze a_{2006}.

(2p) **f)** Să se determine cel mai mare număr real a pentru care funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x) = -x^2+1$ este strict crescătoare pe intervalul $(-\infty, a]$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine toate numerele $n \in \mathbf{N}^*$ care verifică relația $n^n \le 100$.

(3p) **b)** Să se calculeze probabilitatea ca un element din mulțimea $\{10, 11, 12, ..., 39\}$ să se dividă cu 5.

(3p) **c)** Să se calculeze media geometrică a numerelor 12 şi 75.

(3p) **d)** Să se calculeze media aritmetică a numerelor 12 şi 14.

(3p) **e)** Să se scrie cel mai mare număr din şirul $C_4^0, C_4^1, C_4^2, C_4^3, C_4^4$.

2. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $m\left(\widehat{ABC}\right) = 30^\circ$ şi lungimea ipotenuzei egală cu 12.

(3p) **a)** Să se calculeze măsura unghiului C al triunghiului ABC .

(3p) **b)** Să se calculeze lungimea laturii AB a triunghiului ABC .

(3p) **c)** Să se calculeze lungimea înălțimii din A a triunghiului ABC .

(3p) **d)** Să se calculeze lungimea medianei din A a triunghiului ABC .

(3p) **e)** Să se calculeze aria triunghiului ABC .

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră semidreptele $(OM$ și $(OL$ care determină unghiul ascuțit $L\hat{O}M$. În interiorul unghiului $L\hat{O}M$, considerăm punctele fixe A și B. Notăm cu C simetricul lui B față de OL, cu D simetricul lui C față de OM, cu $\{E\}=(OM\cap(AD)$ și cu $\{F\}=(OL\cap(EC)$. Mai considerăm punctele $X\in(OL$ și $Y\in(OM$.

(4p) **a)** Să se arate că $FB=FC$.

(4p) **b)** Să se arate că $DE=EC$.

(4p) **c)** Să se arate că $FB+FE+EA=AD$.

(2p) **d)** Să se arate că $BX+XY\geq CY$.

(2p) **e)** Să se arate că $ED+FB>\frac{1}{2}(BC+DC)$.

(2p) **f)** Să se arate că $AY+CY\geq AD$.

(2p) **g)** Să se arate că $FB+FE+EA\leq BX+XY+YA$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f:[1,\infty)\to[1,\infty)$, $f(x)=\frac{x+5}{x+1}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $f(\sqrt{5})=\sqrt{5}$.

(4p) **b)** Să se verifice că $f(x)=1+\frac{4}{x+1}$, $\forall x\in[1,\infty)$.

(4p) **c)** Să se rezolve în intervalul $[1,\infty)$ ecuația $f(x)=x$.

(2p) **d)** Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $[1,\infty)$.

(2p) **e)** Să se arate că $(x+1)(y+1)>4$, $\forall x,y\in[1,\infty)$, $x\neq y$.

(2p) **f)** Să se arate că, dacă $x,y\in[1,\infty)$, $x\neq y$, atunci $|f(x)-f(y)|<|x-y|$.

(2p) **g)** Să se arate că $\left|\frac{p}{q}-\sqrt{5}\right|>\left|\frac{p+5q}{p+q}-\sqrt{5}\right|$, $\forall p,q\in\mathbf{N}^*$, $p\geq q$.