EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta* 073**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze a 2007 – a zecimală a numărului $\frac{1}{6}$.

(4p) **b)** Să se calculeze ultima cifră a numărului 5005^{2007}.

(4p) **c)** Să se arate că $\frac{1}{3k-1}-\frac{1}{3k+2}=\frac{3}{(3k-1)(3k+2)}$, unde $k\in\mathbf{N}$.

(4p) **d)** Să se arate că $\frac{1}{2\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 8}+\frac{1}{8\cdot 11}=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{11}\right)$.

(2p) **e)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale, ecuația $x-2=\frac{2}{3}$.

(2p) **f)** O mamă este de două ori mai în vârstă decât fiica. Să se calculeze vârsta mamei peste 5 ani, dacă fiica va avea 30 de ani .

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze câte numere $n\in\mathbf{N}^*$ verifică relația $2^n+2^{n-1}<99$.

(3p) **b)** Se consideră mulțimea $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$. Să se calculeze probabilitatea ca un element n arbitrar din A să verifice relația $2^n+2^{n-1}<99$.

(3p) **c)** Să se calculeze $C_{10}^2-C_{10}^8$.

(3p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi inecuația $n^2-4n-12<0$.

(3p) **e)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x^2-9)=3$.

2. Se consideră triunghiul ABC şi punctul I de intersecție al bisectoarelor unghiurilor acestuia. Se ştie că $m(A\hat{I}B)=125^\circ$ şi $m(A\hat{I}C)=120^\circ$.

(3p) **a)** Să se arate că $m(B\hat{I}C)=115^\circ$.

(3p) **b)** Să se arate că $m(B\hat{A}I)+m(A\hat{B}I)=55^\circ$.

(3p) **c)** Să se arate că $m(C\hat{A}I)+m(A\hat{C}I)=60^\circ$.

(3p) **d)** Să se arate că $m(B\hat{C}I)+m(C\hat{B}I)=65^\circ$.

(3p) **e)** Să se calculeze măsurile unghiurilor triunghiului ABC.

SUBIECTUL III (20p)

În triunghiul echilateral ABC de latură a se înscrie pătratul $EFGH$ de latură x astfel încât $E \in (AB)$, $F, G \in (BC)$ şi $H \in (AC)$. Se notează cu D piciorul înălțimii din A.

(4p) **a)** Să se arate că triunghiurile BEF şi BAD sunt asemenea.

(4p) **b)** Să se arate că $\frac{BE}{AB} = \frac{EF}{AD}$

(4p) **c)** Să se arate că $BE = a - x$.

(2p) **d)** Să se calculeze lungimea segmentului $[AD]$.

(2p) **e)** Să se arate că $x = \left(2\sqrt{3} - 3\right)a$.

(2p) **f)** Să se calculeze aria triunghiului ABC.

(2p) **g)** Să se calculeze raportul dintre aria pătratului $EFGH$ şi aria triunghiului ABC.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 & b \\ 0 & c & 0 \\ -b & 0 & a \end{pmatrix} \middle| a, b, c \in \{0,1\} \right\}$ şi matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

(4p) **a)** Să se arate că $I_3 \in M$.

(4p) **b)** Să se arate că $O_3 \in M$.

(4p) **c)** Să se calculeze numărul de elemente ale mulțimii M.

(2p) **d)** Să se calculeze câte elemente $A \in M$ au proprietatea $A^2 \in M$.

(2p) **e)** Să se calculeze câte elemente $A \in M$ au proprietatea $\det A = 0$.

(2p) **f)** Pentru $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, să se arate că $A^2 = I_3$.

(2p) **g)** Pentru $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, să se calculeze A^{2007}.