EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta* 076**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale, ecuația $x^2-2x-15=0$.

(4p) **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale, inecuația $x^2-2x-15>0$.

(4p) **c)** Să se determine $x>-\frac{1}{2}$ cu proprietatea $log_2(2x+1)=0$.

(4p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale, ecuația $3^{x+1}=9$.

(2p) **e)** Să se determine câte numere naturale pare de trei cifre distincte, se pot forma cu elemetele mulțimii $\{1,2,3,5,7\}$.

(2p) **f)** Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^2-2x+15$. Să se determine numărul real a cu proprietatea $f(a+x)=f(a-x)$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine câte funcții $f:\{2,4,6\}\to\{1,2,3\}$ verifică proprietatea $f(2)\geq f(4)\geq f(6)$.

(3p) **b)** Să se determine cel mai mare număr natural de trei cifre distincte două câte două.

(3p) **c)** Toți cei 25 de elevi ai unei clase participă la cursuri de limbi străine. Dacă 18 participă la cursul de limba engleză şi 14 la cursul de limba franceză, să se determine câți elevi participă la ambele cursuri.

(3p) **d)** Să se determine cel mai mic număr natural, mai mare ca $\sqrt{160}$.

(3p) **e)** Să se determine prețul de vânzare al unui aparat de fotografiat, dacă la valoarea lui de 700 de lei se aplică TVA de 19%.

2.

(3p) **a)** Să se calculeze perimetrul pătratului de arie 20 .

(3p) **b)** Să se calculeze aria unui romb cu lungimile diagonalelor de 12 şi respectiv de $12\sqrt{3}$.

(3p) **c)** Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu înălțimea $2\sqrt{3}$.

(3p) **d)** Să se calculeze aria unui dreptunghi cu lungimile laturilor de 6 şi 8.

(3p) **e)** Să se calculeze lungimea diagonalei unui dreptunghi cu lungimile laturilor de 6 şi 8.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră triunghiul ABC în care AA', BB', CC' sunt înălțimile corespunzătoare vârfurilor *A*, *B*, respectiv *C* şi $a \le b \le c$, unde a, b, c reprezintă lungimile laturilor *BC*, *AC*, *AB*. Se notează cu h_a, h_b, h_c lungimile înălțimilor AA', BB', CC' şi cu *H* ortocentrul triunghiului *ABC*. Notăm cu S aria triunghiului *ABC*.

(4p) **a)** Să se arate că $a \cdot h_a = b \cdot h_b = c \cdot h_c$.

(4p) **b)** Să se arate că $h_a + h_b + h_c = 2S\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$.

(4p) **c)** Să se arate că triunghiul AHB' este asemenea cu triunghiul BHA'.

(2p) **d)** Să se arate că $AH \cdot HA' = BH \cdot HB' = CH \cdot HC'$.

(2p) **e)** Să se arate că $a + \frac{1}{a} \ge 2$, $\forall a \in (0,\infty)$.

(2p) **f)** Să se arate că $(x+y+z)\cdot\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right) \ge 9, \forall x, y, z \in (0,\infty)$.

(2p) **g)** Să se arate că $h_a + h_b + h_c \ge \frac{18S}{a+b+c}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $M = \{a^2 + b^2 \mid a, b \in \mathbf{N}\}$.

(4p) **a)** Să se arate că $2 \in M$.

(4p) **b)** Să se arate că, dacă $p \in M$ atunci $k^2 \cdot p \in M$, $\forall k \in \mathbf{N}$.

(4p) **c)** Să se arate că, dacă $p \in \mathbf{N}$, atunci $p^2 \in M$.

(2p) **d)** Să se determine mulțimea $\{1, 2, 3, \ldots, 7\} \cap M$.

(2p) **e)** Să se arate că $(2k+1)^2 = 4(k^2+k)+1$, $\forall k \in \mathbf{N}$.

(2p) **f)** Să se arate că M are cel puțin 2007 elemente.

(2p) **g)** Să se arate că $2007 \notin M$.