EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta **….078**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2 - 9 = 0$.

(4p) **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $x^2 + 4 < 0$.

(4p) **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale şi strict pozitive ecuația $\log_3 x = -1$.

(4p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x = \sqrt{2}$.

(2p) **e)** Dacă $\frac{1}{11} = 0,a_1a_2...a_n...$, să se calculeze a_{2007}.

(2p) **f)** Să se determine cel mai mare număr real a, pentru care funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x) = -x^2 + 1$ este strict crescătoare pe intervalul $(-\infty, a]$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine toate numerele $n \in \mathbf{N}^*$, care verifică relația $3^n \le 100$.

(3p) **b)** Să se scrie toate elementele din mulțimea $\{10, 11, 12, ..., 39\}$ şi care se divid cu 4 .

(3p) **c)** Dacă $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{3,5,6,7\}$, să se determine mulțimea $A \cup B$.

(3p) **d)** Să se calculeze produsul primelor 4 zecimale ale numărului $\sqrt{901}$.

(3p) **e)** Să se scrie toate elementele din şirul $C_4^0, C_4^1, C_4^2, C_4^3, C_4^4$ care se divid cu 4 .

2.

(3p) **a)** Să se calculeze perimetrul unui triunghi echilateral cu aria de $9\sqrt{3}$.

(3p) **b)** Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de 3.

(3p) **c)** Să se calculeze înălțimea unui triunghi echilateral cu latura de 4.

(3p) **d)** Să se calculeze perimetrul unui triunghi dreptunghic isoscel cu aria de 4 .

(3p) **e)** Să se calculeze aria unui triunghi dreptunghic isoscel cu perimetrul de $4 + 2\sqrt{2}$.

SUBIECTUL III (20p)

În sistemul cartezian de coordonate *xOy* se consideră punctele $A_k(k,1)$, $B_k(k,2)$ şi $C_k(k,3)$, $\forall k \in \{1,2,3\}$. Notăm mulțimea $\{A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2, A_3, B_3, C_3\}$ cu *M*. Spunem că o mulțime *P* cu $2n,\ n \in \mathbf{N}^*$, puncte distincte din plan este *"echilibrată"* dacă poate fi împărțită în 2 submulțimi *R* şi *Q* , disjuncte, cu câte *n* elemente şi cu proprietatea că suma absciselor punctelor din mulțimea *R* este egală cu suma absciselor punctelor din mulțimea *Q*, iar suma ordonatelor punctelor din mulțimea *R* este egală cu suma ordonatelor punctelor din mulțimea *Q* .

(4p) **a)** Să se calculeze numărul punctelor din mulțimea *M* .

(4p) **b)** Să se calculeze suma absciselor punctelor din mulțimea *M* .

(4p) **c)** Să se calculeze suma ordonatelor punctelor din mulțimea *M*.

(2p) **d)** Să se arate că orice mulțime formată din 2 puncte distincte din plan nu este *"echilibrată"*.

(2p) **e)** Să se găsească o mulțime *"echilibrată"* , formată din 4 puncte distincte din plan.

(2p) **f)** Să se arate că mulțimea $M - \{B_2\}$ este *"echilibrată"* .

(2p) **g)** Să se arate că pentru orice punct $X \in M - \{B_2\}$, mulțimea $M - \{X\}$ **nu** este *"echilibrată"* .

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(4p) **a)** Să se calculeze determinantul matricei *A*.

(4p) **b)** Să se calculeze matricea A^2.

(4p) **c)** Să se calculeze matricea $A + I_2$.

(2p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale sistemul $\begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ -3x - 2y = 0 \end{cases}$.

(2p) **e)** Să se arate că $\det(I_2 + A^n) = 1$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

(2p) **f)** Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că

$$(I_2 + A)^n = I_2 + n \cdot A,\ \forall n \in \mathbf{N}^*.$$

(2p) **g)** Să se calculeze $\det(I_2 + 2A + 3A^2 + \ldots + 2002A^{2001})$.