EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….**081**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2 - 8 = 0$.

(4p) **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $x^2 - 8 < 0$.

(4p) **c)** Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 10 \end{vmatrix}$.

(4p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale sistemul $\begin{cases} x + 2y = -1 \\ -x + 5y = 8 \end{cases}$.

(2p) **e)** Dacă $\frac{1}{9} = 0, a_1 a_2 ... a_n ...$, să se calculeze a_{2007}.

(2p) **f)** Să se calculeze matricea $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^2$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine toate numerele $n \in \mathbf{N}^*$, care verifică relația $5^n \le 100$.

(3p) **b)** Să se calculeze probabilitatea ca un element din mulțimea $\{10, 11, 12, ..., 39\}$ să se dividă cu 6.

(3p) **c)** Să se determine cel mai apropiat număr întreg de numărul $\sqrt{5}$.

(3p) **d)** Să se calculeze media geometrică a numerelor 6 şi 150.

(3p) **e)** Să se scrie cel mai mare element din şirul $C_5^0, C_5^1, C_5^2, C_5^3, C_5^4$.

2. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A_n(0, n)$, $B_n(1, n)$, $\forall n \in \{1,2,3,4\}$. Notăm cu M mulțimea $\{A_1, A_2, A_3, A_4, B_1, B_2, B_3, B_4\}$.

(3p) **a)** Să se calculeze aria triunghiului $A_1 A_2 B_2$.

(3p) **b)** Să se calculeze lungimea segmentului $B_1 A_2$.

(3p) **c)** Să se calculeze numărul de drepte care trec prin cel puțin 2 puncte din mulțimea M.

(3p) **d)** Să se calculeze numărul de triunghiuri care au toate vârfurile în mulțimea M.

(3p) **e)** Să se calculeze numărul de dreptunghiuri care nu sunt pătrate şi au toate vârfurile în mulțimea M.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră un triunghi ABC şi punctele $E \in (AC)$, $F \in (AB)$ şi $D \in (BC)$, astfel încât segmentele (AD), (BE) şi (CF) să fi concurente în P . Dacă XYZ este un triunghi, atunci notăm cu S_{XYZ} aria sa .

(4p) **a)** Să se arate că $\frac{FA}{FB} = \frac{S_{PAF}}{S_{PBF}}$.

(4p) **b)** Să se arate că $\frac{EC}{EA} = \frac{S_{PEC}}{S_{PEA}}$.

(4p) **c)** Să se arate că $\frac{DB}{DC} = \frac{S_{PDB}}{S_{PDC}}$.

(2p) **d)** Să se arate că $\frac{S_{PBD}}{S_{PAE}} = \frac{PB \cdot PD}{PA \cdot PE}$.

(2p) **e)** Utilizând relațiile de la punctele **a), b), c), d)**, să se arate că $\frac{FA}{FB} \cdot \frac{EC}{EA} \cdot \frac{DB}{DC} = 1$.

(2p) **f)** Să se arate că, dacă punctele $X, Y \in (UV)$ şi $\frac{XU}{XV} = \frac{YU}{YV}$, atunci $X = Y$.

(2p) **g)** Să se arate că, dacă punctele I, J, K sunt pe laturile unui triunghi RST, $I \in (RS), J \in (ST)$ şi $K \in (RT)$ astfel încât $\frac{IR}{IS} \cdot \frac{JS}{JT} \cdot \frac{KT}{KR} = 1$, atunci segmentele (IT), (JR) şi (KS) sunt concurente**.**

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $M = \{x^2 - 2y^2 | x, y \in \mathbf{Z}\}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $\{0, 1, 2, 4\} \subset M$.

(4p) **b)** Să se arate că dacă $a \in \mathbf{Z}$, atunci a^2 este divizibil cu 4 sau $a^2 - 1$ este divizibil cu 8.

(4p) **c)** Să se arate că $3 \notin M$.

(2p) **d)** Să se verifice identitatea $(a^2 - 2b^2)(x^2 - 2y^2) = (ax + 2by)^2 - 2(ay + bx)^2$, $\forall a, b, x, y \in \mathbf{R}$.

(2p) **e)** Să se arate că, dacă $p, q \in M$, atunci $p \cdot q \in M$.

(2p) **f)** Să se calculeze numărul de elemente ale mulțimii $M \cap \{1,2,3,4,8,16\}$.

(2p) **g)** Să se arate că mulțimea $\mathbf{Z} - M$ conține cel puțin 2007elemente.