EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….**082**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze suma a trei numere, știind că media lor aritmetică este 12.

(4p) **b)** Să se calculeze $2\sqrt{3} - 3\sqrt{12}$.

(4p) **c)** Să se determine două numere naturale consecutive a căror sumă este 21.

(4p) **d)** Să se calculeze în câte moduri se pot alege 2 elevi dintr-o clasă de 26 de elevi.

(2p) **e)** Să se calculeze A_3^2.

(2p) **f)** Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 10 & -2 \\ 10 & 2 \end{vmatrix}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se scrie sub forma unei fracții ireductibile numărul $1{,}2(4)$.

(3p) **b)** Să se determine a 2007-a zecimală a numărului $\frac{23}{30}$.

(3p) **c)** Să se calculeze suma rădăcinilor reale ale ecuației $x^2 - 15x + 9 = 0$.

(3p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{1-x} = 16$.

(3p) **e)** Să se rezolve sistemul $\begin{cases} x = y + 10 \\ x + y = 92 \end{cases}$.

2. Se consideră un cub cu muchia de lungime 6.

(3p) **a)** Să se calculeze suma lungimilor muchiilor cubului.

(3p) **b)** Să se determine numărul vârfurilor cubului.

(3p) **c)** Să se calculeze lungimea diagonalei unei fețe a cubului .

(3p) **d)** Să se calculeze aria cubului.

(3p) **e)** Să se calculeze volumul cubului.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC și punctul D piciorul perpendicularei din A pe BC .Fie M un punct oarecare situat pe segmentul (BD).

(4p) **a)** Să se arate că $AB^2 = AD^2 + BD^2$.

(4p) **b)** Să se arate că $AC^2 = AD^2 + DC^2$.

(4p) **c)** Folosind egalitatea $BD = BC - CD$, arătați că $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot BC \cdot CD$.

(2p) **d)** Să se arate că $AC^2 = AM^2 + MC^2 - 2 \cdot MC \cdot MD$.

(2p) **e)** Să se arate că $AB^2 = AM^2 + MB^2 + 2 \cdot MB \cdot MD$.

(2p) **f)** Folosind punctele **d)** și **e)**, să se arate că

$$AB^2 \cdot MC + AC^2 \cdot BM - AM^2 \cdot BC = BC \cdot BM \cdot MC .$$

(2p) **g)** Dacă N este mijlocul segmentului (BC), folosind punctul **f),** arătați că

$$AN^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} .$$

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $A = \{2^i \cdot 3^j \mid i, j \in \mathbf{N}\}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $1 \in A$, $2 \in A$, $3 \in A$ și $4 \in A$.

(4p) **b)** Să se verifice că $5 \notin A$ și $7 \notin A$.

(4p) **c)** Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $1 + a + a^2 + ... + a^n = \frac{1 - a^{n+1}}{1 - a}$, $\forall a \in \mathbf{R} - \{1\}$, $\forall n \in \mathbf{N}$.

(2p) **d)** Să se arate că $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + ... + \frac{1}{2^k} < 2$, $\forall k \in \mathbf{N}$.

(2p) **e)** Să se arate că $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + ... + \frac{1}{3^s} < \frac{3}{2}$, $\forall s \in \mathbf{N}$.

(2p) **f)** Să se calculeze numărul de elemente din mulțimea $A \cap \{1, 2, 3, ..., 20\}$.

(2p) **g)** Să se arate că $\forall n \in \mathbf{N}^*$ și oricare ar fi numerele naturale distincte $a_1, a_2, ..., a_n \in A$, avem $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + ... + \frac{1}{a_n} < 3$.