EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….**084**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2x=(-1)^3\sqrt{144}$.

(4p) **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $x+\sqrt{2}>\left(\frac{1}{\sqrt{2}-1}\right)^{-1}$.

(4p) **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale şi strict pozitive ecuația $\log_3 x=-\log_3 2$.

(4p) **d)** Să se stabilească valoarea de adevăr a propoziției p :„ $x^2+2x+1\geq 0$, $\forall\ x\in \mathbf{R}$ ”.

(2p) **e)** Să se calculeze distanța dintre punctele $A(5,1)$ şi $B(1,-2)$.

(2p) **f)** Să se determine valorile parametrului real a , pentru care graficul funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=ax$, trece prin punctul $A(2,4)$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Dacă un client al unei bănci solicită un credit de 1000 lei , iar banca i-l acordă cu o dobandă de 10% pe an, să se calculeze ce sumă va trebui să returneze acesta băncii după un an.

(3p) **b)** Să se calculeze media aritmetică a numerelor C_3^0, C_3^1, C_3^2 şi C_3^3.

(3p) **c)** Să se determine divizorii naturali ai numărului 2^5.

(3p) **d)** Să se determine numărul axelor de simetrie ale unui pătrat .

(3p) **e)** Să se determine două numere naturale care au suma 8 şi produsul 12 .

2. Se consideră un paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile 2, 4 şi 6.

(3p) **a)** Să se arate că una din dimensiunile paralelipipedului este medie aritmetică a celorlalte două.

(3p) **b)** Să se calculeze aria totală a paralelipipedului .

(3p) **c)** Să se calculeze lungimea diagonalei paralelipipedului .

(3p) **d)** Să se calculeze volumul paralelipipedului .

(3p) **e)** Să se calculeze suma lungimilor tuturor muchiilor paralelipipedului.

SUBIECTUL III (20p)

Într-un plan se consideră un triunghi ABC şi L un punct pe segmentul (BC). Înălțimea din vârful A al triunghiului ABC, cade în $K \in (BL)$. Se consideră patrulaterul convex $MNPQ$, iar R şi S sunt mijloacele diagonalelor MP şi NQ.

(4p) **a)** Să se arate că $AL^2 = AK^2 + KL^2$.

(4p) **b)** Să se arate că $AL^2 = AB^2 + BL^2 - 2BK \cdot BL$.

(4p) **c)** Să se arate că $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BK \cdot BC$.

(2p) **d)** Să se arate că $AL^2 \cdot BC = AB^2 \cdot LC + AC^2 \cdot LB - BL \cdot CL \cdot BC$.

(2p) **e)** Să se arate că, dacă D este mijlocul laturii BC, atunci $4AD^2 = 2(AB^2 + AC^2) - BC^2$.

(2p) **f)** Să se arate că $4SR^2 = 2MS^2 + 2SP^2 - MP^2$.

(2p) **g)** Să se arate că: $4SR^2 = MN^2 + NP^2 + PQ^2 + QM^2 - (MP^2 + QN^2)$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $A = \{x \mid x = 3^i \ sau \ x = 2 \cdot 3^i, i \in \mathbf{N}\}$. Pentru fiecare submulțime finită şi nevidă a mulțimii A, considerăm suma tuturor elementelor sale, iar rezultatele acestor sume vor forma o mulțime pe care o notăm cu B.(De exemplu $1 \in B$, deoarece $\{1\} \subset A$, iar $7 \in B$, deoarece $\{1, 6\} \subset A$)

(4p) **a)** Să se verifice că $1 \in A$, $2 \in A$, $3 \in A$ şi $6 \in A$.

(4p) **b)** Să se verifice că $4 \notin A$ şi $7 \notin A$.

(4p) **c)** Să se arate că $4 \in B$ şi $5 \in B$.

(2p) **d)** Să se arate că, dacă $n \in B$, atunci $3n \in B$.

(2p) **e)** Să se calculeze numărul de elemente din mulțimea $A \cap \{1,2,3,...,20\}$.

(2p) **f)** Să se demonstreze ,utilizând metoda inducției matematice, că

$$1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \ldots + 3^n = \frac{3^{n+1} - 1}{2}, \ n \in \mathbf{N}.$$

(2p) **g)** Să se arate că numărul $3^{n+1} - 1 \in B$, $\forall n \in \mathbf{N}$.