EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta* ….086**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se compare numerele $2\sqrt{5}$ și $3\sqrt{2}$.

(4p) **b)** Să se afle soluțiile reale ale ecuației $\log_2 x^2 = 2$.

(4p) **c)** Să se rezolve în **R** ecuația $2^x = 0{,}5$.

(4p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2 - 3x = 0$.

(2p) **e)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $x + 1 \leq 2$.

(2p) **f)** Să se afle soluțiile reale ale ecuației $|x-1| = 0$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea $\{0,1,2,3,4,5\}$, acesta să fie prim.

(3p) **b)** Să se calculeze $\left(2-\sqrt{3}\right)^2 + \left(2+\sqrt{3}\right)^2$.

(3p) **c)** Dacă $\frac{1}{27} = 0,a_1a_2...a_n...$, să se calculeze a_{2007}.

(3p) **d)** Să se găsească două numere iraționale *a* şi *b* cu proprietatea că produsul lor este un număr rațional.

(3p) **e)** Să se afle două numere naturale consecutive care sunt direct proporționale cu numerele 14 şi 16.

2. Se consideră rombul $ABCD$ cu latura de lungime 6 şi $m\left(\hat{A}\right) = 60^0$.

(3p) **a)** Să se calculeze perimetrul rombului $ABCD$.

(3p) **b)** Să se calculeze lungimea diagonalei BD .

(3p) **c)** Să se calculeze lungimea diagonalei AC .

(3p) **d)** Să se calculeze aria rombului $ABCD$.

(3p) **e)** Să se calculeze lungimea înălțimii din A a rombului $ABCD$.

SUBIECTUL III (20p)

Pe laturile AB şi CD ale patrulaterului convex $ABCD$ considerăm punctele $M, N \in AB$ astfel ca $AM = MN = NB$, $P, Q \in CD$ astfel ca $CP = PQ = QD$. Notăm cu R, S, X şi Y mijloacele segmentelor AD, BC, MQ şi PN. Notăm S_{TUV} aria triunghiului TUV si cu S_{TUVW} aria patrulaterului TUVW.

(4p) **a)** Să se arate că $S_{AQM} = S_{MQN}$.

(4p) **b)** Să se arate că $S_{ANCQ} = 2S_{MNPQ}$

(4p) **c)** Să se arate că $S_{NBC} = \frac{1}{3}S_{ABC}$.

(2p) **d)** Să se arate că $S_{NBC} + S_{QDA} = \frac{1}{3}S_{ABCD}$.

(2p) **e)** Să se arate că $S_{MNPQ} = \frac{1}{3}S_{ABCD}$.

(2p) **f)** Să se arate că patrulaterele $MYQR$ şi $NSPX$ sunt paralelograme.

(2p) **g)** Să se arate că punctele R, X, Y, S sunt coliniare şi $RX = XY = YS$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi

$X = xI_3 + yA + zB$, $x, y, z \in \mathbf{R}$.

(4p) **a)** Să se arate că $A^2 = B$.

(4p) **b)** Să se arate că $A^3 = B^3 = I_3$.

(4p) **c)** Să se calculeze A^{2007}.

(2p) **d)** Să se calculeze matricea X.

(2p) **e)** Să se arate că $\det(X) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$.

(2p) **f)** Să se arate că $\det(X) = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$.

(2p) **g)** Să se arate că $\det(X) \geq 0$ dacă şi numai dacă $x + y + z \geq 0$ sau $x = y = z$.