

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D
Varianta ...087
M3: Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare
NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore
La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete
SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze ultima cifră a numărului 2^{2007} scris în baza 10.
- (4p) b) Să se calculeze $\log_2 0,5 + \log_3 27$.
- (4p) c) Să se calculeze determinantul matricei $M = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.
- (4p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale sistemul $\begin{cases} x + y = 4 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$.
- (2p) e) Să se calculeze prima zecimală a numărului $\sqrt{8} \cdot \sqrt{18}$.
- (2p) f) Să se compare numerele 3^4 și 4^3 .

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se determine numărul $n \in \mathbb{N}^*$ care verifică relația $n^2 - 1 = 24$.
- (3p) b) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2 - 5x + 4 = 0$.
- (3p) c) Să se determine reuniunea mulțimilor $A = \{1, 2, 3, 4\}$ și $B = \{3, 4, 5, 6\}$.
- (3p) d) Să se determine numărul real x pentru care mulțimile $M = \{2^0, 2^2, |-2|\}$ și $N = \{x, \sqrt{(-2)^2}, 1\}$ sunt egale.
- (3p) e) Să se scrie toate elementele pare din șirul $C_4^0, C_4^1, C_4^2, C_4^3, C_4^4$.

2. Se consideră un cub de muchie 2.

- (3p) a) Să se calculeze aria unei fețe a cubului.
- (3p) b) Să se calculeze aria totală a cubului.
- (3p) c) Să se calculeze diagonala cubului.
- (3p) d) Să se calculeze volumul cubului.
- (3p) e) Să se calculeze distanța dintre centrele a două fețe alăturate ale cubului.

SUBIECTUL III (20p)

Într-un plan se consideră triunghiul ABC și punctele $D, E \in (BC)$, astfel încât $\widehat{BAD} = \widehat{CAE}$. Dacă XYZ este un triunghi, notăm cu S_{XYZ} aria sa .

Se admite cunoscut faptul că $S_{XYZ} = \frac{XY \cdot XZ \cdot \sin(\widehat{YXZ})}{2}$.

- (4p) a) Să se arate că $\frac{S_{BAD}}{S_{CAD}} = \frac{BD}{CD}$.
- (4p) b) Să se arate că $\frac{S_{BAD} \cdot S_{BAE}}{S_{CAD} \cdot S_{CAE}} = \frac{BD \cdot BE}{CD \cdot CE}$.
- (4p) c) Să se arate că $\frac{S_{BAD}}{S_{CAE}} = \frac{AB \cdot AD}{AC \cdot AE}$.
- (2p) d) Să se arate că $\frac{S_{BAE}}{S_{CAD}} = \frac{AB \cdot AE}{AC \cdot AD}$.
- (2p) e) Să se arate că $\frac{S_{BAD} \cdot S_{BAE}}{S_{CAD} \cdot S_{CAE}} = \frac{AB^2}{AC^2}$.
- (2p) f) Să se arate că $\frac{BD \cdot BE}{CD \cdot CE} = \frac{AB^2}{AC^2}$.
- (2p) g) Să se arate că dacă AE este mediană, atunci $\frac{BD}{CD} = \frac{AB^2}{AC^2}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $A = \{2^i \mid i \in \mathbf{N}\}$ și mulțimea B formată din suma tuturor elementelor din orice submulțime finită și nevidă a mulțimii A .

- (4p) a) Să se verifice că $1 \in A$, $2 \in A$, $4 \in A$ și $8 \in A$.
- (4p) b) Să se verifice că $3 \notin A$ și $6 \notin A$.
- (4p) c) Să se arate că $3 \in B$ și $5 \in B$.
- (2p) d) Să se arate că, dacă $n \in B$, atunci $2n \in B$.
- (2p) e) Să se calculeze numărul de elemente din mulțimea $A \cap \{1, 2, 3, \dots, 20\}$.
- (2p) f) Să se demonstreze folosind metoda inducției matematice că $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) g) Să se arate că $1023 \in B$.