

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta089

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se determine prima zecimală a numărului $\sqrt{5}$.
- (4p) b) Să se compare numerele $2\sqrt{3}$ și $3\sqrt{2}$.
- (4p) c) Să se calculeze probabilitatea ca la aruncarea unui zar să obținem un număr prim.
- (4p) d) Să se determine cel mai apropiat număr întreg de numărul $\sqrt{6}$.
- (2p) e) Să se determine câte numere de 3 cifre se pot scrie utilizând cifrele 1, 2.
- (2p) f) Să se determine media aritmetică a mulțimii numerelor naturale impare strict mai mici ca 10.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră mulțimea $A = \{1,2,3,4,5\}$.

- (3p) a) Să se afle media aritmetică a elementelor mulțimii A .
- (3p) b) Să se calculeze câte submulțimi de 2 elemente are mulțimea A .
- (3p) c) Să se calculeze în câte moduri se pot permuta elementele mulțimii A .
- (3p) d) Să se calculeze cel mai mic număr de 5 cifre distincte format cu elementele lui A .
- (3p) e) Să se calculeze media geometrică a numerelor 2 și 8.

2. Se consideră un triunghi echilateral ABC de latură $AB = 2$.

- (3p) a) Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC .
- (3p) b) Să se calculeze lungimea înălțimii triunghiului ABC .
- (3p) c) Să se calculeze aria triunghiului ABC .
- (3p) d) Să se calculeze suma înălțimilor triunghiului $\triangle ABC$.
- (3p) e) Dacă M este un punct arbitrar și interior triunghiului ABC , să se calculeze suma distanțelor de la M la laturile triunghiului ABC .

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră un triunghi ABC , care are lungimile laturilor $AB = 9$, $BC = 10$ și $AC = 11$. Perpendiculara din A cade pe segmentul (BC) în punctul D .

- (4p) a) Să se arate că $AB^2 - BD^2 = AC^2 - DC^2 = AD^2$.
- (4p) b) Să se calculeze lungimea segmentului BD .
- (4p) c) Să se calculeze lungimea segmentului AD .
- (2p) d) Să se calculeze cosinusul unghiului \widehat{ABD} .
- (2p) e) Să se calculeze aria triunghiului ABC .
- (2p) f) Să se calculeze înălțimea din B în triunghiul ABC .
- (2p) g) Dacă $m(\widehat{BCA}) < 60^\circ$, atunci să se arate că suprafața triunghiului ABC nu poate fi *parchetată* cu un număr întreg de triunghiuri echilaterale.

(Spunem că suprafața S este *parchetată* de mulțimea de suprafețe triunghiulare $\{T_1, T_2, \dots, T_n\}$, dacă suprafața S este egală cu reuniunea suprafețelor triunghiulare T_1, T_2, \dots, T_n și dacă $\forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$, distincte, suprafețele triunghiulare T_i și T_j pot avea în comun cel mult o latură)

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} \in M_2(\mathbf{R})$, $c \neq 0$ și funcția $f: \mathbf{R} \setminus \left\{ \frac{a}{c} \right\} \rightarrow \mathbf{R}$,

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx - a}.$$

- (4p) a) Să se calculeze matricea A^2 .
- (4p) b) Să se calculeze determinantul matricei A .
- (4p) c) Să se arate că dacă $f(1) = f(-1)$ atunci $\det A = 0$.
- (2p) d) Să se arate că dacă $f(-1) = -f(1)$ și $a \neq 0$ atunci $f(1) = -1$ și $f(-1) = 1$.
- (2p) e) Să se arate că dacă $\det A \neq 0$ atunci ecuația $f(x) = \frac{a}{c}$ nu are soluție.
- (2p) f) Să se demonstreze că dacă $\det A = 0$ atunci funcția f este constantă.
- (2p) g) Să se arate că dacă $\det A = 0$ atunci $A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.