

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la **MATEMATICĂ**

PROBA D

Varianta098

M3: Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze $\sqrt{12} + \sqrt{27} - 5\sqrt{3}$.
- (4p) b) Să se calculeze $C_2^0 - C_2^1 + C_2^2$.
- (4p) c) Să se determine valoarea minimă a funcției $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 10$.
- (4p) d) Să se calculeze media aritmetică a numerelor 15 și 12.
- (2p) e) Să se determine a șasea cifră după virgulă a numărului 1,37(24).
- (2p) f) Să se calculeze cel mai mare divizor comun al numerelor 18 și 24.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2x - 4$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(0)$.
- (3p) b) Să se determine coordonatele punctului de intersecție al graficului funcției f cu axa Ox .
- (3p) c) Să se rezolve ecuația $f(x) = -1$.
- (3p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $f(x) \geq 6$.
- (3p) e) Să se rezolve în mulțimea numerelor naturale inecuația $f(x) < 7$.

2. Se consideră dreptunghiul $ABCD$ cu latura AB de lungime 4, iar măsura unghiului \widehat{AOB} de 60° , unde $AC \cap BD = \{O\}$.

- (3p) a) Să se calculeze lungimea diagonalei AC .
- (3p) b) Să se determine lungimea laturii AD a dreptunghiului $ABCD$.
- (3p) c) Să se determine perimetrul dreptunghiului $ABCD$.
- (3p) d) Să se determine aria dreptunghiului $ABCD$.
- (3p) e) Să se calculeze ce procent din aria dreptunghiului $ABCD$ reprezintă aria triunghiului AOB .

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră trapezul $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, iar O este punctul de intersecție al diagonalelor trapezului. Paralela prin O la bazele trapezului intersectează laturile neoparalele AD și BC în punctele E și respectiv F . Notăm $AD \cap BC = \{P\}$, $PO \cap AB = \{M\}$, iar $PO \cap DC = \{N\}$.

- (4p) a) Să se demonstreze că triunghiurile AOB și COD sunt asemenea.
- (4p) b) Să se demonstreze că dacă $\frac{x}{y} = \frac{z}{t}$, atunci $\frac{x}{x+y} = \frac{z}{z+t}$ și $\frac{x+y}{y} = \frac{z+t}{t}$, oricare ar fi x, y, z, t numere reale nenule.
- (4p) c) Să se demonstreze că $\frac{AO}{AC} = \frac{BO}{BD}$.
- (2p) d) Să se demonstreze că $\frac{EO}{DC} = \frac{AO}{AC}$.
- (2p) e) Să se demonstreze că $\frac{OF}{DC} = \frac{BO}{BD}$.
- (2p) f) Să se demonstreze că $EO = OF$.
- (2p) g) Să se demonstreze că M este mijlocul segmentului $[AB]$, iar N este mijlocul segmentului $[DC]$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră suma $S(n) = 1 + \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}}$, unde $n \in \mathbf{N}^*$.

- (4p) a) Să se calculeze $S(1)$ și $S(2)$.
- (4p) b) Să se demonstreze că $\frac{1}{\sqrt{a-1}+\sqrt{a}} = \sqrt{a} - \sqrt{a-1}$, oricare ar fi $a \in \mathbf{N}^*$.
- (4p) c) Să se demonstreze că $S(n) = \sqrt{n}$, oricare ar fi $n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) d) Să se determine $n \in \mathbf{N}^*$ pentru care $S(n) = 5$.
- (2p) e) Să se determine toate valorile lui $n \in \mathbf{N}^*$ pentru care $S(n) \leq 3$.
- (2p) f) Să se determine numărul valorilor lui $n \in \mathbf{N}^*$, $n < 2007$, pentru care $S(n) \in \mathbf{Q}$.
- (2p) g) Să se arate că $S(4k+3) \notin \mathbf{Q}$, oricare ar fi $k \in \mathbf{N}$.