

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p) – Varianta 003**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

5p a) Să se calculeze  $\det(A^2 + B^2)$ .

5p b) Să se justifice că,  $\forall X, Y \in M_2(\mathbb{C})$ ,  $\det(X \cdot Y) = \det(X) \cdot \det(Y)$ .

5p c) Să se arate că, dacă  $X, Y \in M_2(\mathbb{R})$  și  $X \cdot Y = Y \cdot X$ , atunci  $\det(X^2 + Y^2) \geq 0$ .

2. Se consideră cunoscut că  $(\mathbb{Z}, *, \circ)$  este un inel comutativ, unde  $x * y = x + y - 3$  și  $x \circ y = x \cdot y - 3x - 3y + 12$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{Z}$ .

5p a) Să se arate că elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ” este 4.

5p b) Să se determine  $a, b \in \mathbb{Z}$  astfel încât între inelele  $(\mathbb{Z}, *, \circ)$  și  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$  să existe un izomorfism de forma  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ ,  $f(x) = a \cdot x + b$ .

5p c) Să se rezolve în mulțimea  $\mathbb{Z}$  ecuația  $\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{\text{de 2008 ori } x} = 2^{2008} + 3$ .