

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p) – Varianta 006**

1. Fie  $n \in \mathbb{N}^*$ , mulțimea  $S_n$  a permutărilor de  $n$  elemente și permutarea identică  $e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ 1 & 2 & \dots & n \end{pmatrix}$ .

**5p** a) Pentru  $n = 4$  și  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \in S_4$ , să se calculeze  $\sigma^4$ .

**5p** b) Să se demonstreze că pentru orice  $\sigma \in S_n$ , există  $p \in \mathbb{N}^*$ , astfel încât  $\sigma^p = e$ .

**5p** c) Să se determine o permutare  $\tau \in S_5$ ,  $\tau \neq e$  astfel încât  $\tau^5 = \tau$ .

2. Se consideră  $a \in \mathbb{C}$ ,  $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$  rădăcinile ecuației  $x^3 - 2x^2 + 2x - a = 0$  și determinantul

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_3 & x_1 & x_2 \\ x_2 & x_3 & x_1 \end{vmatrix}.$$

**5p** a) Pentru  $a = 1$ , să se rezolve ecuația în mulțimea numerelor complexe.

**5p** b) Să se arate că, pentru orice  $a \in \mathbb{R}$ , ecuația are o singură rădăcină reală.

**5p** c) Să se arate că valoarea determinantului  $\Delta$  nu depinde de  $a$ .